

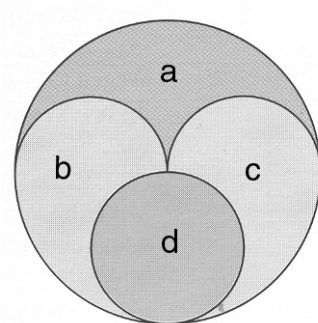
Zweisprachiger Wettbewerb
Mathematik
Klassenstufe 12

1. Bei der vierstelligen Zahl $17**$ sind die beiden letzten Ziffern verwischt; es ist aber bekannt, dass die Zahl durch 2, 3, 4, 6, und 9 teilbar ist. Die beiden fehlenden Ziffern sind
A: 6, 4 B: 1, 0 C: 0, 0 D: 2, 2 E: 4, 8
2. Die kleinste natürliche Zahl n , für die man einen Würfel mit der Kantenlänge 2 in ein quadratisches Stück Papier der Größe $n \times n$ einpacken kann, ist
A: 4 B: 5 C: 6 D: 7 E: 8
3. Der abgebildete regelmäßige sechseckige Stern wurde durch das Übereinanderlegen zweier gleichseitiger Dreiecke gebildet. Die sechs weißen Dreiecksflächen des Sterns haben zusammen einen Flächeninhalt von 36 cm^2 . Dann beträgt der Flächeninhalt (in cm^2) des dunkel gefärbten Sechsecks
A: 18 B: 24 C: 30 D: 36 E: 48



4. Die Funktion f hat für alle $x \neq 0$ die Gleichung $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2 + 1}{x}$.
Dann ergibt sich für $f(\sqrt{x}) \cdot f(-\sqrt{x})$ bei $x > 0$ der Wert
A: $-\frac{(x+1)^2}{x}$ B: $\sqrt{\frac{x}{x+1}}$ C: $\frac{x}{x^2 + 1}$ D: $-\frac{x^2 + 1}{x}$ E: $\frac{(\sqrt{x} + 1)^2}{x}$
5. Welche der folgenden Aussagen ist die Verneinung der Aussage: "Ich gehe heute Abend ins Kino und esse ein Eis."
A: Ich bleibe heute Abend zu Hause und esse Popcorn.
B: Ich gehe heute Abend nicht ins Kino und esse kein Eis.
C: Ich gehe heute Abend nicht ins Kino oder esse kein Eis.
D: Ich gehe heute Abend nicht ins Kino und esse ein Eis.
E: Ich gehe heute Abend ins Kino oder ich esse ein Eis.
6. Drei kugelförmige Luftballons schweben in einem Raum. Ihre Mittelpunkte liegen auf einer Geraden. Wie viele verschiedene Ebenen kann es maximal geben, die gleichzeitig alle drei Ballons berühren (d. h. für alle drei Ballons Tangentialebenen sind)?
A: 2 B: 4 C: 6 D: 8 E: unendlich viele
7. In einem Dreieck ist die Länge einer Seitenhalbierenden gleich dem Radius des Umkreises des Dreiecks. Welche Form hat dann das Dreieck?
A: Es muss spitzwinklig sein. B: Es kann rechtwinklig oder stumpfwinklig sein.
C: Es muss stumpfwinklig sein. D: Es muss rechtwinklig sein.
E: Es kann spitzwinklig oder rechtwinklig sein.

8. Die Flächeninhalte der vier Kreisteile verhalten sich zueinander ($a:b:c:d =$) wie:
 A: 1:2:3:4 B: 4:2:2:1 C: 2:2:2:2 D: 3:2:2:2 E: keine von diesen
 Antworten



9. Was ist die letzte Ziffer des Produkts $(5+1) \cdot (5^3+1) \cdot (5^6+1) \cdot (5^{12}+1)$ im Zehnersystem?
 A: 0 B: 1 C: 2 D: 5 E: 6

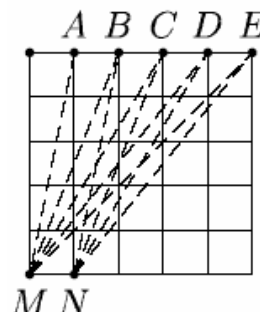
10. Es seien α und β zwei voneinander verschiedene Ziffern. Es sei bekannt, dass die Summe der nebenstehenden Additionsaufgabe eine dreistellige Zahl ist. Von welcher Form ist der größtmögliche Wert dieser Summe? (Der Buchstabe x steht dabei für eine von α und β verschiedene Ziffer.)

$$\begin{array}{r} \alpha \quad \alpha \quad \alpha \\ \quad \beta \quad \alpha \\ + \quad \quad \alpha \\ \hline \end{array}$$

- A: $\alpha\alpha\beta$ B: $\alpha\beta x$ C: $\beta\beta\alpha$ D: $\beta\beta x$ E: $xx\beta$
11. Es sei $f(n) = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_{n-1} n$. Wie viel ist
 $f(4) + f(8) + f(16) + f(32) + f(64) + f(128) + f(256) + f(512) + f(1024)$?
 A: 2^{53} B: 48 C: 50 D: 52 E: 54
12. Auf dem Rand eines runden Inseln gibt es 10 Städte. Es gibt zwischen jeden zwei Städten, die nicht benachbart sind eine Straße, alle Straßen verlaufen in einer Ebene. Wie viele Kreuzungen kann es höchstens geben?
 A: 45 B: 210 C: $10!$ D: 2^{10} E: $\frac{10!}{10}$
13. Im Zirkuszug fuhr Max im 7. Wagen von vorn, während Lisa im 6. Wagen von hinten. Zwischen beiden war genau ein Wagen. Wie viele Wagen hatte der Zug?
 A: 15 B: 16 C: 13 D: weniger als 13 E: unbestimmt
14. Eine Folge reeller Zahlen $\{a_n\}$ ist folgendermaßen definiert: $a_0 = 4$, $a_1 = 6$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_{n-1}}$,

$$n \geq 1, \text{ also z. B. } a_2 = \frac{a_1}{a_0} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}. \text{ Dann ist } a_{2005} =$$

- A: $\frac{3}{2}$ B: $\frac{2}{3}$ C: 6 D: 4 E: $\frac{1}{2}$
15. In dem in 25 kleine Quadrate geteilten Quadrat (siehe Zeichnung) ist die Summe der Maßzahlen der Winkel
 $\angle MAN + \angle MBN + \angle MCN + \angle MDN + \angle MEN =$
 A: 30° B: 45° C: 60° D: 75° E: 90°



16. Die Menge aller Parameter m , für die die Kurven $x^2 + y^2 = 1$ und $y = x^2 + m$ genau einen gemeinsamen Punkt haben, ist

A: $\left\{-\frac{5}{4}; -1; 1\right\}$ B: $\left\{-\frac{5}{4}; 1\right\}$ C: $\{-1; 1\}$ D: $\left\{-\frac{5}{4}\right\}$ E: $\{1\}$

17. Björn hat 9 Buntstifte, davon ist *mindestens einer* blau. Nimmt man irgendwelche 4 dieser Buntstifte wahllos aus der Federtasche heraus, sind *stets mindestens 2* von gleicher Farbe. Nimmt man irgendwelche 5 dieser Buntstifte wahllos heraus, so sind *stets höchstens 3* von gleicher Farbe. Wie viele blaue Stifte hat Björn?

A: 6 B: 8 C: 5 D: 3 E: 2

18. Für welche der folgenden Größenangaben lässt sich ein Dreieck konstruieren?

A: $\overline{AB} = 11, \angle BAC = 63^\circ, \angle CBA = 128^\circ$ B: $\overline{AB} = 11, \overline{BC} = 19, \overline{CA} = 7$
C: $\overline{AB} = 11, \overline{BC} = 6, \angle BAC = 63^\circ$ D: $\overline{AB} = 11, \overline{CA} = 7, \angle CBA = 128^\circ$
E: für keine der Angaben A bis D

19. Es seien $A > B > 1$ Primzahlen derart, dass auch $A - B$ und $A + B$ Primzahlen sind. Dann gilt für $S = A + B + (A + B) + (A - B)$

A: S ist geradzahlig B: S ist Vielfaches von 3 C: S ist Vielfaches von 5
D: S ist Vielfaches von 7 E: S ist Primzahl

20. Gegeben ist ein Würfel aus Holz mit der Kantenlänge 7cm. Wir ziehen mit einem scharfen Messer alle Diagonalen und Mittellinien der Seitenflächen ein und wir bohren entlang aller Raumdiagonalen sehr dünne Löcher. Dann zerschneiden wir den großen Würfel mit parallelen Schnitten zu den Seitenflächen in kleine Würfel mit der Kantenlänge 1cm. Wie viele solche kleine Würfel entstehen, die weder einen Schnitt noch einen Loch haben?

A: 204 B: 193 C: 139 D: 207 E: 343