

Zweisprachiger Wettbewerb
2007 / 2008
Mathematik
Jahrgang 3
2. Runde

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat **20 Fragen**, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen. Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

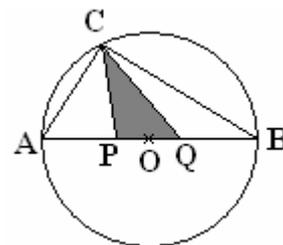
Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren **Taschenrechner** benutzen.

Sie haben **75 Minuten** Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß und Erfolg

1. $s(n)$ ist die Quersumme der positiven ganzen Zahl n . Wie groß ist die Summe $s(1)+s(2)+s(3)+\dots+s(99)+s(100)$?
 (A) 900 (B) 901 (C) 450 (D) 1000 (E) 855
2. Die Summe der zweiten und vierten Zahl von fünf nacheinander folgenden ganzen Zahlen ist 2008. Welche ist die erste Zahl?
 (A) 1004 (B) 5020 (C) 1002 (D) 1003 (E) 1000
3. Wie viele positive ganze Zahlen n gibt es, für die $30 < \sqrt{(n-1)n(n+1)} < 50$ gilt?
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
4. Welche ist die richtige Reihenfolge?
 $K = 987655 \cdot 987653$ $L = 987650 \cdot 987658$ $M = 987656 \cdot 987656$ $N = 987652 \cdot 987652$
 (A) $K < L < M < N$ (C) $N < M < K < L$ (E) $L < N < K < M$
 (B) $N < L < K < M$ (D) $L < K < N < M$

5. P und Q sind Dreiteilungspunkte der Strecken \overline{AO} und \overline{OB} ($\overline{PA} : \overline{PO} = \overline{QB} : \overline{QO} = 2 : 1$). Die grau gezeichnete Fläche beträgt $2\sqrt{3}$. Wie groß ist die Fläche des Dreiecks ABC ?
 (A) 10,4 (C) $6\sqrt{3}$
 (B) $4\sqrt{3}$ (D) $8\sqrt{3}$
 (E) Es ist nicht genug Informationen vorhanden.



6. $3\left(9^x + \frac{1}{9^x}\right) - 8\left(3^x - \frac{1}{3^x}\right) - 6 = 0$, dann $3^x - \frac{1}{3^x} =$
 (A) $\frac{4 \pm \sqrt{34}}{3}$ (B) 0 (C) 0; 1 (D) $0; \frac{8}{3}$ (E) $0; -\frac{8}{3}$
7. Die Definitionsmenge der Funktion $f(x) = \frac{2x}{|x|} - \frac{2x-8}{|x-4|}$ ist $\mathbf{R} \setminus \{0; 4\}$. Ihre Wertemenge ist:
 (A) {4} (B) {0} (C) {-4; 0} (D) {-4; 0; 4} (E) {0; 4}
8. $\frac{\sin 15^\circ + \sin 30^\circ + \sin 60^\circ + \sin 75^\circ - \cos 75^\circ - \cos 60^\circ - \cos 30^\circ - \cos 15^\circ}{\sin 315^\circ + \sin 330^\circ + \cos 345^\circ + \cos 360^\circ} =$
 (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
9. Der Umfang eines regelmäßigen Sechsecks und der Umfang eines regelmäßigen Vierecks sind gleich. Wie groß ist das Verhältnis der Flächeninhalte des Sechsecks und des Vierecks?
 (A) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 3
 (E) Es ist nicht genug Informationen vorhanden.

10. Die Diagonalen eines symmetrischen Trapezes sind senkrecht zueinander, und schneiden einander im Verhältnis 1:2. Die kürzere Basis ist 2 cm lang. Wie groß ist der Flächeninhalt des Trapezes?

- (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18

11. Welcher Wert hat $\sqrt{18-8\sqrt{2}} + \sqrt{6+4\sqrt{2}}$?

- (A) 2 (B) 4 (C) $3\sqrt{2}$ (D) $12-2\sqrt{2}$ (E) 6

12. Welches Gleichungspaar besteht aus zwei äquivalenten Gleichungen?

- (A) $4x-7=5+3x$ und $(4x-7)x=(5+3x)x$
 (B) $4-\frac{2}{x+3}=12x-\frac{2}{x+3}$ und $4=12x$
 (C) $6(x-2)+\frac{8}{2+x^2}=9x+\frac{8}{2+x^2}$ und $6(x-2)=9x$
 (D) $\sqrt{x-7}=x+2$ und $x-7=x^2+4x+4$
 (E) $\frac{x^2-16}{x+4}+3x=16$ und $x-4+3x=16$

13. Welche Menge ist die Lösungsmenge des folgenden Ungleichungssystems?

$$\begin{cases} x^2 + x - 6 > 0 \\ 0 \leq x^2 - 3x - 4 \end{cases}$$

- (A) $]-\infty; -3] \cup]1; 4]$ (D) $]-\infty; -3] \cup]2; 4]$
 (B) $[-1; 2[$ (E) $\mathbf{R} \setminus [-3; +4[$
 (C) $]-3; -1] \cup [4; \infty[$

14. Wie groß ist die Summe der ersten 2008 Glieder der folgenden Folge?

$$3; 7; 4; -3; \dots$$

(Man bekommt ein Glied als Differenz des vorherigen und des vor dem vorherigen stehenden Glied. $4 = 7-3$; $-3 = 4-7$...)

- (A) 0 (B) 10 (C) 17 (D) -10
 (E) Eine andere Zahl

15. Wie groß ist das Produkt der Lösungen der Gleichung $81^{x^2+x} = 243^{x^2+x-4}$?

- (A) -20 (B) 20 (C) 1 (D) -1 (E) 9

16. Im Dreieck ABC sind die Seiten $AB = 8\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$. D ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierende von β und der Seite b. H ist die Halbierungspunkt der Strecke BD. Wie groß ist die Flächeninhalt des Dreiecks ABH, wenn die Fläche des Dreiecks BCD 30cm^2 ist?

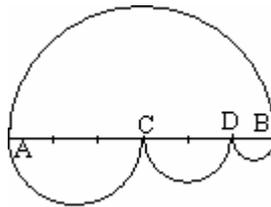
- (A) 13cm^2 (B) $\frac{9}{8}\text{cm}^2$ (C) $\frac{40}{3}\text{cm}^2$ (D) $1\frac{17}{64}\text{cm}^2$ (E) 15cm^2

17. Die Summe von vier natürlichen Zahlen ist durch 4 teilbar. Welche Aussage kann nie wahr sein?

Unter diese vier Zahlen sind

- (A) keine durch 4 teilbar. (D) genau drei durch 4 teilbar.
 (B) genau eine durch 4 teilbar. (E) alle vier durch 4 teilbar.
 (C) genau zwei durch 4 teilbar.

18. Die Strecke AB ist in sechs gleich lange Stücke geteilt. Halbkreise mit den Durchmessern AB, AC, AD und DB werden gezeichnet, womit zwei Wege von A nach B erzeugt werden, einer oberhalb und einer unterhalb von AB. Bestimme das Verhältnis der Länge des oberen Wegs zur Länge des unteren Wegs.



- (A) 1 : 2 (B) 2 : 3 (C) 2 : 1 (D) 3 : 2 (E) 1 : 1

19. Wie viele Aussagen sind richtig?

- I. Wenn n und k gerade sind, dann ist $n + k$ gerade.
 II. Wenn n und k gerade sind, dann ist $n - k$ gerade.
 III. Wenn n und k ungerade sind, dann ist $n + k$ gerade.
 IV. Wenn n und k ungerade sind, dann ist $n - k$ gerade.
 V. Wenn n und k gerade sind, dann ist $n \cdot k$ gerade.
 VI. Wenn n und k ungerade sind, dann ist $n \cdot k$ gerade.
 VII. Wenn n gerade und k ungerade ist, dann ist $n + k$ gerade.
 VIII. Wenn n gerade und k ungerade ist, dann ist $n - k$ gerade.
 IX. Wenn n gerade und k ungerade ist, dann ist $n \cdot k$ gerade.

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

20. Vereinfachen Sie den Ausdruck!

$$\left(\frac{a^{-2} - b^{-2}}{a^{-2} + b^{-2}} \right)^{-1}$$

- (A) $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ (B) $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$ (C) $\frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2}$ (D) $\frac{b^2 - a^2}{a^2 + b^2}$ (E) 1