Zweisprachiger Wettbewerb
2007 / 2008
Mathematik
Jahrgang 4
2. Runde

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat **20 Fragen**, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen. Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren **Taschenrechner** benutzen.

Sie haben **75 Minuten** Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß und Erfolg

1. Löse die folgende Gleichung: $\left(25^{\log_{\sqrt{5}} 3}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \sin^2(2x) = \dfrac{27}{4}$ Die Lösungen sind:

A) $x_1 = \dfrac{\pi}{3} + k \cdot \dfrac{\pi}{2}$, $x_2 = \dfrac{2\pi}{3} + n \dfrac{\pi}{2}$ B) $x_1 = \dfrac{\pi}{6} + k \cdot \dfrac{\pi}{2}$, $x_2 = \dfrac{\pi}{3} + n \cdot \dfrac{\pi}{2}$ C) $x_1 = \dfrac{\pi}{6} + k \cdot \pi$, $x_2 = \dfrac{\pi}{3} + n \cdot \pi$ D) $x_1 = \dfrac{\pi}{3} + k \cdot \pi$, $x_2 = \dfrac{2\pi}{3} + n \cdot \pi$ E) anders

2. Die Summe der Lebensjahre von Herrn Kovács und seiner jüngeren Frau beträgt 100. Sie haben 3 Jungen, ihre Lebensjahre bilden eine arithmetische Folge, die Differenz ist eine von 2 verschiedene Primzahl. Die Summe der Lebensjahre von den Jungen beträgt 45. Wie alt sind die Mitglieder der Familie Kovács, wenn Herr Kovács vor 2 Jahren 5–mal so alt war, wie sein jüngster Sohn?

A) Herr Kovács:55, Frau Kovács: 45, Jungen: 12, 15, 18
B) Herr Kovács:52, Frau Kovács: 48, Jungen: 12, 15, 18
C) Herr Kovács:57, Frau Kovács: 43, Jungen: 11, 14, 17
D) Herr Kovács:55, Frau Kovács: 45, Jungen: 11, 14, 17

3. Es ist ein gleichseitiges Dreieck *ABC* gegeben, die Seitenlänge ist a. Man zeichnet einen Halbkreis, dessen Durchmesser die Seite *AB* ist, und der außerhalb des Kreises liegt. Welcher Radius hat der Kreis, der sowohl den Halbkreis von innen, als auch die Seiten *AC* und *BC* des Dreiecks berührt?

A) $\dfrac{a\sqrt{3}}{6} + a$ B) $\dfrac{a\sqrt{3}}{3} + \dfrac{a}{3}$ C) $\dfrac{a}{6}\left(\sqrt{3}+1\right)$ D) $\dfrac{a\sqrt{3}}{3} + \dfrac{a}{3}$ E) $\dfrac{a}{6}\left(\sqrt{3}+a\right)$

4. Bestimme die größte positive ganze Zahl, durch die der folgende Ausdruck für alle natürliche Zahl n teilbar ist: $n^5 – 5n^3 + 4n$!

A) 120 B) 60 C) 30 D) 24 E) 12

5. Löse die folgende Gleichung: $\dfrac{\left(\left[\dfrac{x}{4}\right]\right)^2 - 11 \cdot \left[\dfrac{x}{4}\right] - 26}{\sqrt{-x^2 - 11x + 102}} = 0$ ([a] bedeutet den ganzen Anteil von a.) Die Lösungen sind:

A) keine Lösung B) $x_1 = 52$, $x_2 = -8$ C) $-8 \le x < -4$ D) $52 \le x < 56$, $-8 \le x < -4$ E) $52 \le x \le 56$, $-8 \le x \le -4$

6. In einem Koordinatensystem sind die Ecken eines Dreiecks: A(0;10), B(8;0) und C(x;14), wo x>0 ist. Welchen Wert hat x , wenn der Flächeninhalt des Dreiecks 36 Einheiten sind?

A) x = 7 B) x = 8 C) x = 6 D) x = 5 E) x = 4

7. Bestimme die Extremwerte der folgenden Funktion in dem Intervall $-2 \le x \le 2$!

$$f(x) = |x-1| - |x+3|$$

A) $y_{\min} = -2$, $y_{\max} = 2$ B) $y_{\min} = 2$, $y_{\max} = 8$ C) $y_{\min} = -8$, $y_{\max} = 0$ D) $y_{\min} = -4$, $y_{\max} = 2$ E) $y = -4$

8. Aus kleineren Würfeln mit der Seitenlänge 1 Längeneinheit möchte man einen größeren Würfel bauen. Wenn man von den zur Verfügung stehenden kleineren Würfeln den möglichst größten Würfel baut, bleiben noch kleinere Würfel übrig. Wenn man die Kanten des größeren Würfels um je einen kleinen Würfel verlängert, würde man noch 62 kleinere Würfel brauchen um den größeren anzufertigen. Wie viele kleinere Würfel stehen zur Verfügung?

A) 343 B) 450 C) 619 D) 512 E) anders

9. Bilden die folgenden Ausdrücke in der gegebenen Reihenfolge eine geometrische Folge? Wenn ja, bestimme auch den Quotient!

$$\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{1995\pi}{4}\right)\right]^{-\frac{1}{2}} \qquad 5^{\log_{25}6-\log_{125}27} \qquad \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt{\log_{16}8}$$

A) sie bilden keine geometrische Folge

B) ja, $q=\frac{\sqrt{12}}{6}$ C) ja, $q=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D) ja, $q=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ E) ja, $q=\frac{2}{\sqrt{3}}$

10. Für welchen ganzen Parameter m hat die folgende Gleichung zwei verschiedene Lösungen auf der Menge der reellen Zahlen: $9^x+2(m+3)\cdot 3^x+m^2=22$?

A) $m=-5$ C) $m=\{-4;-5\}$ E) anders

B) $m>-\frac{31}{6}$, $m\in\mathbf{Z}$ D) $m<-\sqrt{22}$, $m\in\mathbf{Z}$

11. Bestimme die Gleichung der Gerade e, die durch den Punkt $P(6; 3)$ läuft und liegt von dem Kreis k mit der Gleichung $x^2+y^2+4x+2y+1=0$ zwei Einheiten!

A) $y=3$ B) $y=3$, $4x+3y=15$ C) $y=3$, $4x-3y=15$ D) $y=3$, $-4x-3y=15$ E) anders

12. Peter hat eine kleine Bücherei aus 100 Bänden zu Hause. Sie besteht aus ungarischen, deutschsprachigen und englischen Büchern. $p\%$ der Bücher ist auf Ungarisch geschrieben, $p\%$ der fremdsprachigen Bücher sind deutschsprachige, und es gibt nur 1 Buch, das auf Englisch geschrieben wurde. Bestimme die Anzahl der deutschen Bücher!

A) 9 B) 8 C) 12 D) 90 E) anders

13. Monika bereitet sich auf einen Mathematikwettbewerb vor. Sie übt auf den Aufgabenreihen der vorigen Wettbewerbe. Bei den ersten 4 Aufgabenreihen hat sie 125, 119, 136 und 132 Punkte erreicht. Sie war mit dem Durchschnitt der erreichten Punkte nicht zufrieden, so hat sie auch die 5–te Aufgabenreihe gelöst. Wie viele Punkte hat sie auf die 5–te Aufgabenreihe bekommen, wenn ihr Durchschnitt um 1 größer wurde?

A) 131 B) 132 C) 133 D) 134 E) anders

14. Es sind die folgenden Mengen gegeben:
$A=\{x\in Z \mid x^2+x-2\le 0\}$, $B=\{x\in Z \mid x^2-x-2\le 0\}$.

Bestimme die Menge $A\cup B$!

A) $-2\le x\le 2$ B) $\{-2\}$ C) $-1< x<1$ D) $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$ E) $\{-1; 0; 1\}$

15. Die Seitenflächen einer regelmäßigen, vierseitigen Pyramide schließen den Winkel 60° mit der Grundfläche ein. Die Kantenlänge ist $\sqrt[3]{3}$ cm. Das Volumen der Pyramide beträgt:

A) $2\sqrt{3}\,\text{cm}^3$ B) $\sqrt{3}\,\text{cm}^3$ C) $3\sqrt{3}\,\text{cm}^3$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}^3$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}^3$

16. Die Mengen *A* und *B* stellt man mit Kreisen dar. Sie haben die gleichen Radien, je 5 cm und sie schneiden einander. Ihre gemeinsame Sehne ist 6 cm. Diese Skizze benutzt man als Schießscheibe. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man die Schnittmenge treffen?

A) 0,285 B) 0,025 C) 0,375 D) 0,054 E) 0,145

17. In welchem Zahlensystem gilt die Gleichung $13_x \cdot 22_x = 341_x$?

A) x = 4 B) x = 5 C) x = 6 D) x = 7 E) es gibt keine Lösung

18. Welcher Ausdruck ist gleich mit diesem: $\sqrt[3]{-8a^5b^6c^{10}}$?

A) $-2ab^2c^3\sqrt[3]{a^2c}$ C) $2ab^2c^3\sqrt[3]{a^2c}$ E) $-2|a|b^2|c^3|\sqrt[3]{a^2c}$

B) $\left|-2ab^2c^3\sqrt[3]{a^2c}\right|$ D) $\left|-2ab^2c^3\right|\sqrt[3]{a^2c}$

19. Aus wie vielen Gliedern besteht der Ausdruck $\left(3a+\frac{1}{7}b-\frac{5}{3}c+d\right)^6$?

A) 24 B) 126 C) 210 D) 252 E) 84

20. Das Produkt dreier Primzahlen ist 21–mal so groß, wie ihr Durchschnitt. Welche Primzahl ist die größte von den gesuchten Primzahlen?

A) 5 B) 7 C) 13 D) 17 E) 19