

Deutschsprachiger Wettbewerb
2008 / 2009
Mathematik
Jahrgang 3
2. Runde

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat **20 Fragen**, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen. Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren **Taschenrechner** benutzen.

Sie haben **75 Minuten** Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß und Erfolg

1. Das Alphabet einer fremden Sprache besteht aus den 6 Buchstaben $\diamond$, $\heartsuit$, $\spadesuit$, $\clubsuit$, Δ und ∇ in dieser Reihenfolge. Alle Wörter dieser Sprache sind 6-buchstabig, sie entstehen durch Vertauschung der 6 Buchstaben (jeder kommt in einem Wort genau einmal vor). Welches Wort steht auf Platz 537 im exakt nach dem Alphabet geordneten Wörterbuch?

(A) $\Delta\spadesuit\heartsuit\clubsuit\diamond\nabla$

(C) $\clubsuit\spadesuit\Delta\heartsuit\diamond\nabla$

(E) $\diamond\Delta\heartsuit\spadesuit\clubsuit\nabla$

(B) $\nabla\heartsuit\spadesuit\Delta\clubsuit\diamond$

(D) $\Delta\diamond\heartsuit\clubsuit\spadesuit\nabla$

2. Um Preise festzulegen, wird Marktforschung betrieben. Dabei ergeben sich folgende Daten: Wird der augenblicklich bei 75 € liegende Preis einer Ware um 5 € erhöht, mindert sich die Zahl der Käufer um 20 %, wird der Preis um 5 € gesenkt, ist ein um 20 % höherer Absatz zu erwarten. Die Ware wurde beim Großhandel zu einem Einkaufspreis von 50 € pro Stück eingekauft. Welche Aussage ist richtig?

(A) Der Gewinn ist für 70 € am größten.

(B) Der Gewinn ist für 75 € am größten.

(C) Der Gewinn ist für 80 € am größten.

(D) In den drei Fällen ist der Gewinn gleich.

(E) Die Informationen sind für eine Gewinnaussage nicht ausreichend.

3. Wenn für eine reelle Zahl $a > 0$ gilt, dass $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 6$ ist, dann ist $a^3 + \frac{1}{a^3} =$

(A) $4\sqrt{6}$

(B) $3\sqrt{6}$

(C) 6

(D) $5\sqrt{6}$

(E) $6\sqrt{6}$

4. Die beiden in der Figur auftretenden gleichseitigen Dreiecke ABC und CDE haben die Seitenlängen 2 bzw. 1. Dann ist der Flächeninhalt des Vierecks $ABCE$ gleich

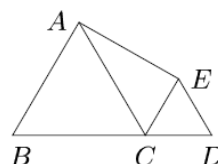
(A) 3

(C) $\frac{6+\sqrt{3}}{4}$

(E) $\frac{4+5\sqrt{3}}{4}$

(B) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

(D) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$



5. Die nebenstehende Zeichnung zeigt die Graphen der Funktionen f und g , die für alle reellen Zahlen definiert sind. Welche der folgenden Gleichungen ist dann für jede reelle Zahl x erfüllt?

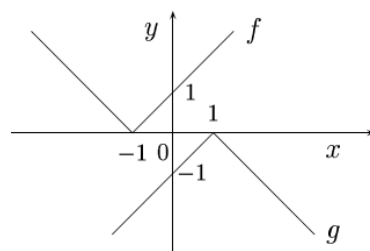
(A) $f(x) = -g(x) + 2$

(D) $f(x+2) = -g(x)$

(B) $f(x) = -g(x) - 2$

(E) $g(x+1) = -g(x-1)$

(C) $f(x) = -g(x+2)$

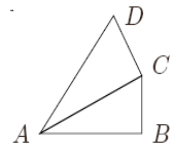


6. Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck ABC mit der Seitenlänge 4. Um A als Mittelpunkt ist ein Kreis geschlagen, der das Dreieck in zwei Teile gleichen Flächeninhalts teilt. Der Radius dieses Kreises ist gleich

(A) $\frac{12\sqrt{3}}{\pi}$ (B) $\sqrt{\frac{12\sqrt{3}}{\pi}}$ (C) $\sqrt{\frac{30\sqrt{3}}{\pi}}$ (D) $\frac{6\sqrt{3}}{\pi}$ (E) $\frac{48\sqrt{3}}{\pi}$

7. In der rechts abgebildeten Figur ist $\overline{AB} = 1$. $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$ und $\angle CAB = \angle DAC = \alpha$. Wie lang ist $\overline{AD}$?

(A) $\cos \alpha + \tan \alpha$ (C) $\cos^2 \alpha$ (E) $\cos 2\alpha$
 (B) $\frac{1}{\cos 2\alpha}$ (D) $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$



8. Sie werden in der Nacht wach. Ihre Armbanduhr zeigt zwei Uhr an, ist aber stehen geblieben. Sie ziehen sie wieder ohne die richtige Zeit einzustellen auf und schlafen ein. Am nächsten Morgen zeigt die Radiouhr 8 Uhr, Ihre Armbanduhr erst 5.30 Uhr. Wann in der Nacht sind Sie wach geworden?

(A) 2:00 (B) 2:30 (C) 3:30 (D) 4:30 (E) 5:30

9. Gegeben sind drei Primzahlen a , b und c , für die $a > b > c$ gilt. Wenn $a + b + c = 102$ und $a - b - c = 16$, dann ist $a \cdot b \cdot c =$

(A) 4762 (B) 591 (C) 1026 (D) 4838 (E) 2008

10. Zwei Maler sollen ein Haus streichen. Sie arbeiten gleich schnell und gleich gut und hätten gemeinsam für diese Aufgabe drei Tage benötigt. Nach dem ersten Tag wird aber einer der beiden Maler krank, und sein Kollege muss alleine weiterarbeiten. Nach wie vielen Tagen ist das Haus fertig gestrichen?

(A) 1,5 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

11. Es seien a und b reelle Zahlen, beide größer als 1. Welcher Bruch ist der größte?

(A) $\frac{a}{b-1}$ (B) $\frac{a}{b+1}$ (C) $\frac{2a}{2b+1}$ (D) $\frac{2a}{2b-1}$ (E) $\frac{3a}{3b+1}$

12. Für wie viele Werte von p hat die quadratische Gleichung $x^2 - px + 80 = 0$ zwei verschiedene positive gerade Zahlen als Lösungen?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) unendlich viele

13. Gegeben ist die Gleichung $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$, wobei x und y ganzzahlig sind. Dann ist x gleich

(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0 (E) -1

14. Teilen wir eine dreistellige Zahl durch die Summe ihrer Ziffern (Quersumme), so entsteht bei dieser Division in der Regel ein Rest. Wie groß ist der größtmögliche Rest?

(A) 20 (B) 22 (C) 24 (D) 25 (E) 26

15. Wenn $x + y = 0$ und $x \neq 0$, dann ist $\frac{y^{2009}}{x^{2009}} =$

- (A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) 2^{2009} (E) $\frac{x}{y}$

16. Jedes der 36 Kinder im Kindergarten meines Bruders hat ein Känguru gezeichnet. Gelbe, schwarze und braune Buntstifte standen zur Auswahl, aber nur 5 Kinder haben alle drei Farben benutzt. Als ich die Zeichnungen anguckte, stelle ich fest, dass auf 25 von ihnen Gelb, auf 28 Braun und auf 20 Schwarz auftaucht. Dann krieg ich raus, wie viele einfarbige Kängurus dabei sind, sagt meine Mutter. Es sind

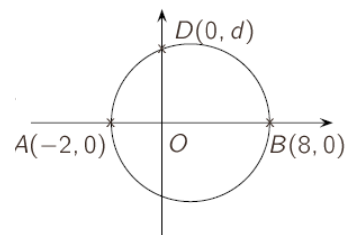
- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 9

17. Der maximale Wert, den $f(x) = |5 \sin x - 3|$ für $x \in \mathbb{R}$ annehmen kann, ist

- (A) 2 (B) 3 (C) π (D) 5π (E) 8

18. Die Zeichnung zeigt einen Kreis mit dem Durchmesser $\overline{AB}$ und dem Punkt D auf der Kreislinie. Dann ist $d =$

- (A) 3 (C) 4
(B) $2\sqrt{3}$ (D) 5
(E) 6



19. Angenommen, es gilt $x^2 y z^3 = 7^3$ und außerdem $xy^2 = 7^9$.
Dann ist $xyz =$

- (A) 7^{10} (B) 7^9 (C) 7^8 (D) 7^6 (E) 7^4

20. Wie viele 4-stellige Zahlen haben die Eigenschaft, dass die Ziffer, die an der Tausenderstelle steht, größer ist als jede der drei anderen Ziffern?

- (A) 2025 (B) 285 (C) 3024 (D) 504 (E) 2970