

Deutschsprachiger Wettbewerb
2008 / 2009
Mathematik
Jahrgang 4
2. Runde

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat **20 Fragen**, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

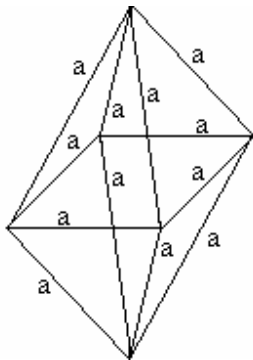
Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen. Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren **Taschenrechner** benutzen.

Sie haben **75 Minuten** Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß und Erfolg

1. Das Wie viele solchen Ebenen gibt es, die genau 3 der Ecken eines Oktaeders enthalten?
 (A) 20 (B) 16 (C) 12 (D) 8 (E) 4



Oktaeder

2. Mindestens aus wie vielen Leuten besteht die Gruppe, deren Mitglieder 3 Kugeln aus 8 Eissorten essen und es gibt sicher zwei Personen, die abgesehen von der Reihenfolge, gleiche Eissorten bekommen.
 (A) 336 (C) 101 (E) 56
 (B) 337 (D) 57
3. Höchstens durch die wievielte Potenz von 30 ist die Zahl $72! \cdot 17! \cdot 32!$ teilbar?
 (A) 3 (C) 23 (E) 54
 (B) 19 (D) 33
4. Die Seite a eines Dreiecks ist 16cm lang, die anliegenden Winkel sind 45° und 75° . Wie groß ist das geometrische Mittel der Seite c und der zur Seite c gehörende Höhe?
 (A) $2\sqrt[4]{6}$ (B) $4\sqrt{6}$ (C) $2\sqrt{6}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) $\frac{\sqrt[4]{3}}{2}$
5. Im Gefängnis des Sultans gibt es 1000 Einbettzellen. Jede Zelle ist voll. Die Verpflegung der Gefangenen kostet zu viel, deshalb möchte der Sultan einige freilassen. Der Großwesir des Sultans hat eine gute Idee. Er schickt einen Knecht, um jedes Schloss einmal zu drehen. Danach schickt er den zweiten Knecht, um jedes zweite Schloss einmal zu drehen. Danach schickt er den dritten Knecht, um jedes dritte Schloss einmal zu drehen. Die Gefangenen, deren Tür nach dem Durchgang des tausendsten Knechts geöffnet ist, dürfen weggehen. Wie viele Gefangenen werden freilassen?
 (A) 31 (B) 32 (C) 500 (D) 968 (E) 969
6. In meinem Rosengarten leben Marienkäfer. Einige haben 5, andere 7 Tupfen. Insgesamt gibt es in meinem Garten 70 Marienkäfertupfen. Wie viele Marienkäfer leben in meinem Rosengarten?
 (A) 5 (B) 6 (C) 12 (D) 15 (E) 17
7. $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2010}+\sqrt{2009}} =$
 (A) 2008 (B) 2018 (C) $\sqrt{2009}$ (D) $\sqrt{2008}$ (E) $\sqrt{2010}-1$
8. Wie viele Nullstellen hat die Funktion $f(x) = 2 \left| 2(x+2)^2 - 6 \right| - 5 \left| -14 \right|$?
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

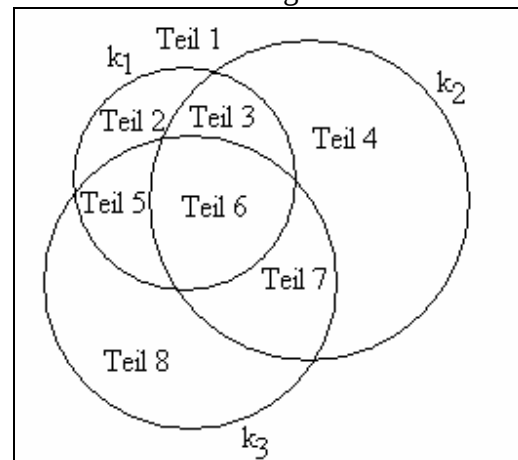
9. Gegeben sind die Gleichungen dreier Kreise und die Koordinaten des Punktes P. Diese drei Kreise teilen die Koordinatenebene in acht Teilen. In welchem Teil liegt der Punkt P?

$$k_1 : x^2 + y^2 - 144x - 174y + 12653 = 0$$

$$k_2 : x^2 + y^2 - 200x - 200y + 19375 = 0$$

$$k_3 : x^2 + y^2 - 160x - 140y + 11075 = 0$$

$$P(78; 80)$$



- (A) Teil 1 (B) Teil 3 (C) Teil 5 (D) Teil 6 (E) Teil 7

10. Gegeben sind die folgenden Ereignisse:

A: Alex ist durstig.

B: Bernd ist durstig

C: Cesar ist durstig.

D: David ist durstig.

Was bedeutet dann das Ereignis $\neg(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$?

- (A) Jeder Junge ist durstig. (C) Es gibt keinen Junge, der durstig ist.
 (B) Es gibt mindestens einen Jungen, der durstig ist. (D) Bernd ist sicher durstig.
 (E) Jeder Antwort ist falsch.

11. In einer arithmetischen Folge, deren Glieder positiv sind, ist die Summe der ersten drei Glieder 24. Wird zum ersten Glied 1 addiert, zum zweiten 2 und zum dritten 35, so ergeben sich die aufeinanderfolgenden Glieder einer geometrischen Folge. Wie lautet diese arithmetische Folge?

- (A) $a_1 = 2; a_2 = 8; a_3 = 14$ (C) $a_1 = 1; a_2 = 8; a_3 = 15$ (E) $a_1 = 4; a_2 = 7; a_3 = 13$
 (B) $a_1 = 3; a_2 = 8; a_3 = 13$ (D) $a_1 = 5; a_2 = 7; a_3 = 12$

12. Die Grundflächen eines regelmäßigen Pyramidenstumpfes sind Quadrate mit den Seiten a bzw. b. Der gesamte Flächeninhalt der vier Seitenflächen ist gleich der Summe der Flächeninhalte der beiden Grundflächen. Berechne die Höhe des Pyramidenstumpfes!

- (A) $\frac{a}{a+b}$ (B) $\frac{ab}{a+b}$ (C) $\frac{a}{a-b}$ (D) $\frac{a+b}{a-b}$ (E) $\frac{a+b}{a \cdot b}$

13. Bestimmen Sie die reellen Lösungen der folgenden Ungleichung!

$$x^{\lg x} \geq 1000 \cdot x^2$$

- (A) $] -\infty; 0,01] \cup [100; \infty[$ (C) $[1000; \infty[$ (E) $]0; 0,1] \cup [1000; \infty[$
 (B) $] -\infty; 0,1] \cup [100; \infty[$ (D) $] -\infty; 0,1] \cup [1000; \infty[$

14. Bestimmen Sie den Wert des folgenden Ausdrucks $\log_a \frac{\sqrt{a^3} a^{\frac{1}{2}} (a^2)^3}{a^{-1}}$, $a > 0$; $a \neq 1$!
- (A) 3 (B) -3 (C) 9 (D) -9 (E) 1
15. Für welchen reellen Parameterwert p wird die Quadratsumme der Lösungen der Gleichung $x^2 - (p-2) \cdot x - 3 = 0$ minimal?
- (A) $p = 0$ (B) $p = 1$ (C) $p = 2$ (D) $p = 3$ (E) $p = 7$
16. Bestimmen Sie den genauen Wert des Ausdrucks!
- $$\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$$
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 8
17. $a_1, a_2, \dots, a_n > 0$; $n \in \mathbb{N}_0$; $(a_1 + a_2 + \dots + a_n) \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq ?$
- (A) n (B) $2n$ (C) $2n^{n+1}$ (D) n^2 (E) $(n+1)^2$
18. Welche Zahl steht in der folgenden Tabelle in der 100. Reihe auf dem 39. Platz?
- | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | 7 | | | |
| | | 10 | | 13 | | |
| | 16 | | 19 | | 22 | |
| 25 | | 28 | | 31 | | 34 |
- (A) 421 (B) 424 (C) 14850 (D) 15121 (E) eine größere Zahl
19. Wie viele Lösungen hat die Gleichung $x = x \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ im Intervall $[-100; 100]$
- (A) 24 (B) 25 (C) 48 (D) 50 (E) 51
20. Wie groß ist das Skalarprodukt der Vektoren $\underline{a}(\cos 7^\circ; \sin 7^\circ)$ und $\underline{b}(\cos(-83^\circ); \sin(-83^\circ))$?
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) -1 (D) 1 (E) 0