Deutschsprachiger Wettbewerb
2009 / 2010
Mathematik
Jahrgang 2
2. Runde

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat ***20 Fragen****, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.*

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren ***Taschenrechner*** *und Ihr* ***Tafelwerk*** *benutzen.*

Sie haben ***75 Minuten*** *Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!*

Viel Spaß

1. Eine ferne Insel wird von lügnerischen Lumpen (**L**L), die stets die Unwahrheit, und wahrheitsliebenden Weisen (wW), die stets die Wahrheit sprechen, bewohnt. Ein junger Mathematiker, dem dieses Phänomen wohlbekannt ist, strandet auf der Insel, und sein Blick fällt auf zwei am Strand weilende Schöne, eine groß, die andere klein. An näherer Bekanntschaft interessiert, fragt er die Kleine, die sein Herz am meisten bewegt, zu welcher der Gruppen sie gehört, worauf sie ihm antwortet:

„Mindestens eine von uns beiden gehört zu den lügnerischen Lumpen"

Welcher der folgenden Sätze ist dann wahr?

(A) Die Kleine kann diesen Satz nicht aussprechen, weil sie sonst weder zu den **L**L noch zu den wW gehören würde.

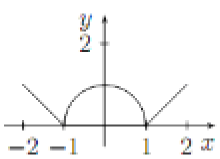
(B) Beide sind **L**L.

(C) Beide sind wW.

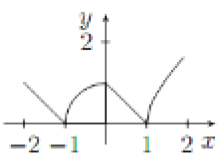
(D) Die Kleine gehört zu den **L**L, die Große zu den wW.

(E) Die Große gehört zu den **L**L, die Kleine zu den wW.

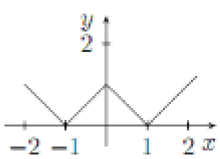
2. Welcher Graph gehört zur Funktion $y = \sqrt{\left|(1+x)(1-|x|)\right|}$?



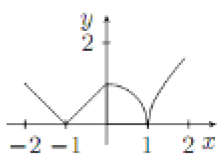
(A)



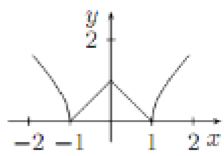
(B)



(C)



(D)



(E)

3. Welche der folgenden Zahlen lässt sich *nicht* in der Form $x + \sqrt{x}$ schreiben, wobei x eine ganze Zahl bezeichnet?

(A) 870 (B) 110 (C) 90 (D) 60 (E) 30

4. Welchen größten Wert kann der Quotient aus einer dreistelligen Zahl und der Summe ihrer Ziffern (Quersumme) annehmen?

(A) 99 (B) 100 (C) 109 (D) 110 (E) 111

5. In einer Kiste befinden sich 2 weiße, 3 rote und 4 blaue Socken. Lisa weiß, dass ein Drittel der Socken löcherig sind, aber nicht welche Farbe die löcherigen Socken haben. Sie wählt zufällig Socken aus der Kiste, bis sie ein brauchbares Paar (also ein Paar ohne Löcher und mit gleicher Farbe) erhält. Wie viele Socken muss sie mindestens aus der Kiste nehmen, um *ganz sicher* ein brauchbares Paar zu erhalten?

(A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 7 (E) 8

6. Gegeben sei die Funktion $f(x) = 2x - 4$. Wenn wir den Graph dieser Funktion um den Koordinatenursprung um 90° in positive Richtung drehen, dann bekommen wir den Graph der Funktion

(A) $g(x) = -0{,}5x + 2$ (C) $i(x) = -2x + 4$ (E) $k(x) = 0{,}5x - 2$

(B) $h(x) = 0{,}5x + 2$ (D) $j(x) = -0{,}5x - 2$

7. Gegeben sei ein nicht rechtwinkliges Dreieck, dessen Seitenlängen ganze Zahlen sind. Wie groß ist der Umfang des Dreiecks, wenn das Produkt der Seiten 60 ist?

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 19

8. Gegeben seien ein achsensymmetrisches Trapez, ein Parallelogramm, ein Rhombus und ein Rechteck. Von diesen 4 Vierecken haben wir an eines gedacht und für zwei Schüler, Peter und Paul je eine Information über das gewählte Viereck gegeben. Peter hat erfahren, wie viele Symmetrieachsen das Viereck hat, und Paul wusste, wie groß einer seiner Winkel ist. Leider konnte keine von den beiden herausfinden, woran wir gedacht haben, so durften sie Informationen tauschen. Nach der Besprechung haben sie folgende Lösung gehabt:

(A) Trapez (C) Rechteck (E) konnten sie nicht herausfinden

(B) Parallelogramm (D) Rhombus

9. Wie oft muss man den Bleistift mindestens anheben und das Zeichnen anderswo fortsetzen, wenn man das Netz eines Schachbretts 8x8 (Umfang und die inneren Linien) zeichnen möchte, eine Linie aber nur einmal zeichnen darf?

(A) 13 (B) 14 (C) 18 (D) 32 (E) niemals

10. Ben schreibt folgende Kette von Ungleichungen auf:

(1) $x > 3$ (3) $3x - x^2 > 9 - x^2$ (5) $x > x + 3$

(2) $3x > 9$ (4) $x(3-x) > (3-x)(3+x)$ (6) $0 > 3$

Offenbar hat er dabei einen Fehler gemacht, denn die letzte Ungleichung gilt bestimmt nicht. Welche von Berns Folgerungen ist falsch?

(A) aus (1) folgt (2) (C) aus(3) folgt (4) (E) aus(5) folgt (6)
(B) aus (2) folgt (3) (D) aus (4) folgt (5)

11. Man hat zwei positive ganze Zahlen addiert, subtrahiert, multipliziert und dividiert. Wenn man die so erhaltenen Ergebnisse addiert, bekommt man 243. Welche der Aussagen über diese zwei Zahlen ist wahr?

(A) Die größere Zahl ist das Dreifache der kleineren.

(B) Die größere Zahl ist das 27-fache der kleineren Zahl.

(C) Beide Zahlen sind zweistellig.

(D) Die kleinere Zahl ist Teiler von der größeren.

(E) Eine der Zahlen ist prim.

12. In der quadratischen Gleichung $x^2 - (a+b)x + a^2 + b^2 + 3(a+b) + 2ab = 0$ ist das Produkt der Wurzeln gleich

(A) dem 3-fachen (C) dem 2-fachen (E) dem (–1)-fachen

(B) dem $(a+b)$-fachen (D) dem $(a+b+3)$-fachen

der Summe der Wurzeln.

13. Über die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks wird je ein Halbkreis gezeichnet. Der gemeinsame Tangentenabschnitt der beiden Halbkreise beträgt 4 cm. Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks?

(A) 8 cm^2 (B) 12 cm^2 (C) 16 cm^2 (D) 20 cm^2 (E) 32 cm^2

14. Der Wertebereich der Funktion $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{4x - x^2}}$ ist

(A) $\left[\frac{1}{2}; \infty\right[$ (B) $\left]0; \frac{1}{2}\right]$ (C) $]0; 4[$ (D) $[4; \infty[$ (E) $]0; \infty[$

15. Stellen wir uns vor, dass wir die Erde um den Äquator mit einem Reifen umfassen. Auf ähnliche Weise wird eine Orange um ihren größten Umfang mit einem Reifen umfasst. Nehmen wir an, dass der Umfang des Reifens in den beiden Fällen um 1 m verlängert wird. So sind natürlich die Reifen ein bisschen entfernt von den Körpern, die sie früher direkt berührt haben. Zwischen dem Körper und dem Reifen entsteht also in beiden Fällen ein schmaler Spalt. Bei welchem Körper ist dieser Spalt größer?

(A) Bei der Erde.

(B) Bei der Orange.

(C) Der Spalt ist bei den beiden Körpern gleich groß.

(D) Es hängt vom Radius der Orange ab.

(E) Die Aufgabe ist nicht lösbar.

16. Wie viele verschiedene ganzzahlige Lösungspaare hat die folgende diophantische Gleichung: $x^3 + 8x^2 - 6x + 8 = y^3$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) ein anderes Ergebnis

17. In einer Ebene gibt es ein 2009-seitiges regelmäßiges Vieleck, und im Inneren 2009 verschiedene Punkte. Die Eckpunkte des Vielecks und die Punkte im Inneren liegen so, dass keine drei von diesen 4018 Punkten auf einer Geraden liegen. Zerlege das Vieleck in Dreiecke, dessen Ecken aus diesen 4018 Punkten bestehen. Wie groß ist die größte Anzahl dieser Dreiecke?

(A) 2009 (B) 4018 (C) 6025 (D) 6027 (E) ein anderes Ergebnis

18. Eine d Meter lange Reihe von Soldaten marschiert auf der Landstraße mit einer Geschwindigkeit von v m/min. Vom Ende der Reihe reitet ein Bote zum Anfang und überreicht einen Befehl, dann reitet er gleich zurück zum Ende. Der Weg des Boten (den er mit einer konstanten Geschwindigkeit zurücklegt) dauert hin und zurück t Minuten lang. Was ist die Geschwindigkeit des Boten? (Das Überreichen des Befehls dauert 0 Minuten lang).

(A) $\frac{d}{t}+\sqrt{\left(\frac{d}{t}\right)^2+v^2}$

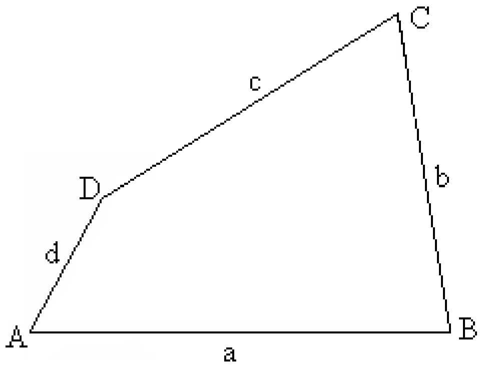
(B) $\frac{d}{t}-\sqrt{\left(\frac{d}{t}\right)^2+v^2}$

(C) $\frac{d}{t}\pm\sqrt{\left(\frac{d}{t}\right)^2+v^2}$

(D) $d+\sqrt{d^2+t^2v^2}$

(E) $d-\sqrt{d^2+t^2v^2}$

19. Wie groß ist der Flächeninhalt des folgenden konvexen Vierecks, wenn AB=8 cm, BC=7,5 cm, CD=6,5 cm, DA=3,0 cm und der Winkel BAD = 60° sind.
(Zum Andenken an Martin Mettler)



(A) $3\left(7+2\sqrt{3}\right)$

(B) $3\left(7-2\sqrt{3}\right)$

(C) $3\left(2+7\sqrt{3}\right)$

(D) $3\left(2-7\sqrt{3}\right)$

(E) $3\left(7+3\sqrt{2}\right)$

20. Bence, Karcsi und Dani haben einen Test ausgefüllt, in dem sie bei allen Aufgaben mit ja (J) oder nein (N) antworten mussten. Die Antworten der Jungs sind in der Tabelle zu sehen:

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Bence	N	N	J	J	J	J
Karcsi	J	N	N	J	J	J
Dani	J	J	N	N	J	J

Bei der Korrektur stellte es sich heraus, dass sowohl Bence als auch Karcsi auf je 5 Fragen richtige Antworten gegeben haben. Wie viele richtige Antworten konnte Dani höchstens haben?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6