



Deutschsprachiger Wettbewerb
2009 / 2010
Mathematik
Jahrgang 2
1. Runde

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

*diese Runde des Wettbewerbs hat **20 Fragen**, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.*

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren Taschenrechner und Ihr Tafelwerk benutzen.

*Sie haben **75 Minuten** Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!*

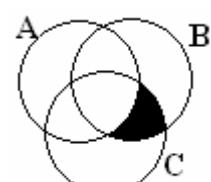
Viel Spaß

1. $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2009}\right) =$

- (A) 2009 (B) 2008 (C) 2010 (D) 1004,5 (E) 1005

2. Welche von den angegebenen Mengenoperationen passt zum abgebildeten Venn-Diagramm?

- (A) $(A \cup C) \setminus B \cup C$ (C) $(C - A) \cap (B - A)$ (E) $(B \cup C) \cap A$
(B) $A \cap B \cap C$ (D) $B - (A - C)$



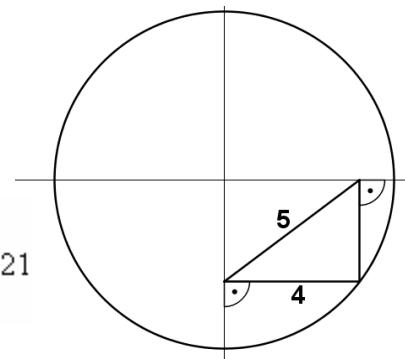
3. Zu welchem Intervall gehören die Werte der folgenden Gleichung?

$$5x^2 + 7x - 6 = 0$$

- (A) $\left[-2; \frac{3}{5}\right]$ (B) $\left[-2; -\frac{3}{5}\right]$ (C) $\left[-\frac{3}{5}; \frac{3}{5}\right]$ (D) $\left[-\frac{3}{5}; 2\right]$ (E) $\left[\frac{3}{5}; 2\right]$

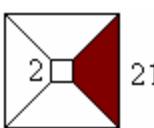
4. Welchen Durchmesser hat der abgebildete Kreis?

- (A) 18 cm (C) 10 cm (E) 12,5 cm
 (B) 12 cm (D) 14 cm



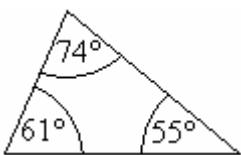
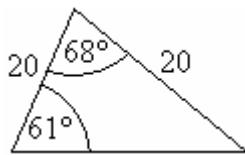
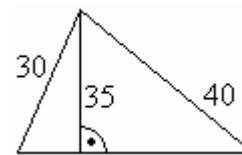
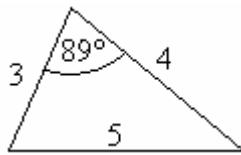
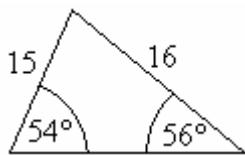
5. Wie groß ist der Flächeninhalt der schraffierten Fläche?

- (A) $21 \cdot 2$ (C) $\frac{21 \cdot 21 - 2 \cdot 2}{2}$
 (B) $\frac{(21+2) \cdot (21-2)}{2 \cdot 2}$ (D) $21 \cdot 2 - 2 \cdot 2$
 (E) $21 \cdot 21 - 2 \cdot 2$



6. Wie viele Dreiecke sind mit den angegebenen Daten konstruierbar?

- (A) 0 (D) 3
 (B) 1 (E) 4
 (C) 2



7. In einem großen Beutel sind schwarze, weiße, rote und blaue Bälle, die wir in 4 Kästen nach Farben sortieren wollen. Wir nehmen nacheinander wahllos Bälle aus dem Beutel und legen sie jeweils in den Kasten, der für die entsprechende Farbe vorgesehen ist. Wie viele Bälle müssen wir mindestens aus dem Beutel nehmen, um sicher sein zu können, dass es einen Kasten gibt, in dem mindestens 6 Bälle liegen?

- (A) 9 (B) 16 (C) 20 (D) 21 (E) 24

8. Das Produkt von der Länge eines Schiffes, der Höhe seines Mastes, dem Alter des Kapitäns und dem Alter seines Sohnes ist 303 335. Alle Daten sind positive ganze Zahlen. Wie alt ist der Kapitän?

- (A) 37 (B) 31 (C) 29 (D) 35 (E) 33

9. Die Knöpfe auf meinem Handy sind wie in der Abbildung angeordnet. Der Abstand zwischen den Mittelpunkten zweier benachbarter Knöpfe beträgt sowohl in der waagerechten, als auch in der senkrechten Richtung genau 0,5 cm. Welchen Weg legt mein wählender Finger zurück, wenn ich die Rufnummer meiner besten Freundin 06702137121 eintippe?

- (A) $6 + 2\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{5}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{2} + 1,5\sqrt{2} + 5$ (E) $2,5\sqrt{2} + \sqrt{5} + 5$

1 2 3

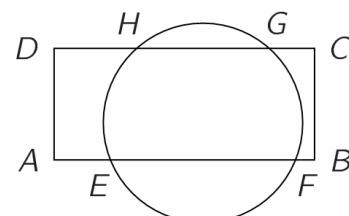
- (B) $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \sqrt{5} + 5$ (D) $2\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{5}}{2} + 5$

4 5 6

7 8 9

0

- 10.** Jana hat als Hausaufgabe 40 quadratische Gleichungen zu lösen. Um ihr einen Anreiz für die viele Arbeit zu geben, setzt ihre Mutter eine Zielprämie aus; Jana erhält für jede richtig gelöste Aufgabe 0,5 €, allerdings wird für jede falsch oder gar nicht gelöste Aufgabe 1 € abgezogen. Als Jana fertig ist, erhält sie 2 €. Wie viele der Gleichungen hat sie richtig gelöst?
- (A) 24 (B) 25 (C) 28 (D) 29 (E) 30
- 11.** An der Hausecke steht eine Blume mit vielen Knospen. Nach langem Regen öffnet sich am ersten Sonntag die 1. Knospe, und an jedem der Folgetage öffnen sich dreimal so viele Knospen wie sich am Tag vorher geöffnet haben. Nachdem dies auch am 5. Tag geschehen ist, sind alle Knospen offen. Wie viele sind das?
- (A) 81 (B) 243 (C) 121 (D) 144 (E) 111
- 12.** Auf einem Hochzeitsfoto sind die Verwandten der Braut und des Bräutigams zu sehen, insgesamt mehr als 27 Personen. Als Emmi mit ihrem Buch 12 Verwandte des Bräutigams zudeckt, bemerkt ihre Tante, dass es bei den Nichtverdeckten mehr als doppelt so viele Verwandte der Braut wie des Bräutigams gibt. Und als Emmi ihr Buch weiter schiebt und nun 10 Verwandte der Braut zudeckt, findet ihre Tante, dass unter denen, die nun zu sehen sind, mehr als neunmal so viele Verwandte des Bräutigams wie der Braut sind. Da Emmi immer viele gute Ideen hat, findet sie aus diesen Angaben heraus, wie viele Verwandte der Braut und des Bräutigams insgesamt auf dem Bild zu sehen sind. Es sind
- (A) 12 und 18 (B) 11 und 17 (C) 10 und 20 (D) 13 und 15 (E) 11 und 23
- 13.** Die Zahlen \sqrt{x} und 10 unterscheiden sich um höchstens 1. Für wie viele natürliche Zahlen ist das wahr?
- (A) 19 (B) 20 (C) 39 (D) 40 (E) 41
- 14.** Bei einem Mathetest in diesem Schuljahr habe ich nur zwei von 10 Punkten erreicht. Gesetzt den Fall, ich arbeite so gut, dass ich alle kommenden Tests mit der maximalen Punktzahl 10 bestehe. Wie viele Tests müssen noch stattfinden, damit ich am Ende 80 % aller erreichbaren Punkte habe?
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
- 15.** Ein regelmäßiges Fünfeck wird durch eine Gerade in zwei Teile zerlegt. Welche der Figuren kann gewiss nicht entstehen?
- (A) Dreieck (B) Parallelogramm (C) Trapez (D) Fünfeck (E) Sechseck
- 16.** Das Rechteck ABCD wird von einem Kreis in den Punkten E, F, G und H geschnitten. Dabei ist $AE = 3$, $DH = 4$ und $GH = 5$. Wie lang ist EF? (Bemerkung: Die parallelen Seiten EF und HG haben eine gemeinsame Mittelsenkrechte.)
- (A) 5,5 (C) 16,2 (E) 7,5
 (B) 6 (D) 7



17. Wie groß ist der genaue Wert des folgenden Terms:

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2008} + \sqrt{2009}} ?$$

- (A) $\sqrt{2009}$ (B) $\sqrt{2009} + 1$ (C) $\sqrt{2009} - 1$ (D) $\sqrt{2009 - 1}$ (E) $\sqrt{2009 + 1}$

18. Die Operation $a \otimes b$ bedeutet, dass man aus beiden Zahlen die größere auswählt und $a \otimes a = a$ ist. Die Operation $a \boxtimes b$ bedeutet, dass man aus beiden Zahlen die kleinere auswählt und $a \boxtimes a = a$ ist. Welche der folgenden drei Gleichungen sind richtig?

$$a \otimes b = b \otimes a \text{ (kommutativ)}$$

$$a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c \text{ (assoziativ)}$$

$$a \boxtimes (b \otimes c) = (a \boxtimes b) \otimes (a \boxtimes c) \text{ (\boxtimes ist über } \otimes \text{ distributiv)}$$

- (A) nur (1) (C) nur (1) und (2) (E) alle drei sind richtig.
 (B) nur (2) (D) nur (1) und (3)

19. Aus den Seitenmittelpunkten eines spitzwinkligen, nicht gleichseitigen Dreiecks wird jeweils auf beide benachbarten Seiten je ein Lot gefällt. So entsteht innerhalb des Dreiecks ein unreguläres Sechseck. Wie verhält sich die Fläche dieses Sechsecks zur Fläche des Dreiecks?

- (A) 1:3 (B) 2:5 (C) 1:2 (D) 3:5
 (E) aus diesen Angaben ist es nicht eindeutig zu bestimmen

20. Gegeben ist die folgende Funktion:

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x+2}, & \text{wenn } -2 < x < 2 \\ |2x^2 - 12x + 16|, & \text{wenn } 2 < x \end{cases}$$

Welche sind die (absoluten oder lokalen) Extremstellen der Funktion?

- (A) es gibt keine (C) $x = 4$ (E) $x = -2$ und $x = 3$ und $x = 4$
 (B) $x = 3$ (D) $x = 3$ und $x = 4$