Deutschsprachiger Wettbewerb
2011 / 2012
Mathematik
2. Runde
Jahrgang 3

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren Taschenrechner und Ihr Tafelwerk benutzen.

Sie haben 90 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß

1) Wie viele Nullstellen hat die folgende Funktion im Intervall $[0; 2\pi]$?

$$f(x) = sin\left(2\pi \cdot sin(x)\right)$$

(A) 2 **(B)** 5 **(C)** 8 **(D)** 9 **(E)** 10

2) Eine Seemeile (sm) ist definiert als die einer „Bogenminute" entsprechende Wegstrecke auf einem Meridian. Berechnen Sie die Länge einer Seemeile auf m genau! Rechnen Sie mit der Meridianlänge 40 000 000 m!
Eine Seemeile ist:

(A) 1852 m **(B)** 31 m **(C)** 3704 m **(D)** 62 m **(E)** 2222 m

3) An einer Volksabstimmung haben sich 60% der wahlberechtigten Bevölkerung beteiligt. Hiervon haben 70% mit „JA" gestimmt. Wieviel % der Abstimmenden hätten bei gleicher Wahlbeteiligung mindestens mit „JA" stimmen müssen, damit die Hälfte der Wahlberechtigten zugestimmt hat?

(A) 20% **(B)** 42% **(C)** 70% **(D)** 71,43% **(E)** 83,33%

4) Einem Kreis mit dem Radius r ist ein gleichseitiges Dreieck einbeschrieben. Berechnen Sie den Quotienten aus Kreisflächeninhalt und Dreiecksflächeninhalt! Dieser Quotient beträgt:

(A) $\sqrt{3}\pi$
(B) $\frac{4}{3\sqrt{3}}\pi$
(C) $\frac{2}{\sqrt{3}}\pi$
(D) $\frac{1}{\sqrt{3}}\pi$
(E) $4\sqrt{3}\pi$

5) Bestimmen Sie die Definitionsmenge des folgenden Terms: $log_x(x^2 - 11x + 24)$!

(A) $x \in [0;3]\backslash\{1\} \cup]8;\infty[$
(B) $x \in]0;3[\cup]8;\infty[$
(C) $x \in]0;3[\backslash\{1\} \cup]8;\infty[$
(D) $x \in]-\infty;3[\cup]8;\infty[$
(E) $x \in \boldsymbol{R}$

6) Lösen Sie die folgende Gleichung vierten Grades!

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 5x^2 + 10x - 24 = 0$$

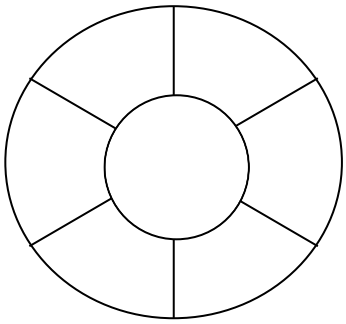
Wie lauten die Lösungen der Gleichung?

(A) $\{-3;-4\}$ **(B)** $\{1;-3\}$ **(C)** $\{-1;0;2;4\}$ **(D)** $\{-4;1;2;3\}$
(E) es gibt keine Lösung der Gleichung

7) Die Summe $1^1 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + \ldots + k^k + \ldots + 2012^{2012} + 2013^{2013}$ ist

(A) ungerade.
(B) durch 4 teilbar.
(C) durch 6 teilbar.
(D) durch 10 teilbar.
(E) durch 22 teilbar.

8) Man hat einen kleineren Kreis konzentrisch in einen anderen gezeichnet, so entstand ein Kreisring. Der Kreisring wurde auf 2012 gleich große Teile aufgeteilt (Siehe Abb. für 6 gleich große Teile). Man hat 3 verschiedene Farben. Wie groß ist die Anzahl der Möglichkeiten, wenn man diese ganze Figur so anmalen möchte, dass nebeneinander keine gleichen Farben stehen dürfen? (Zwei Färbungen betrachten wir nicht verschieden, wenn sie durch Drehung ineinander gebracht werden können.)



(A) 0 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 6 **(E)** unendlich viele

9) Wie viel ist die Anzahl der reellen Lösungen der folgenden Gleichung?

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{x-10} + \sqrt{x-22} + \sqrt{x-25} = 12$$

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 4 **(E)** es gibt keine Lösungen

10) Es gibt im Kindergarten Bälle mit 5 und mit 7 Tupfen (Punkten). Einmal wurden die Tupfen zusammengezählt. Die Summe war 70 Tupfen. Wie viel Bälle gibt es im Kindergarten?

(A) 10 **(B)** 12 **(C)** 14 **(D)** 16 **(E)** es ist unmöglich

11) Wenn $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ ist, wie viel macht $\frac{(n+4)!}{(n+2)!} - \frac{(n+1)!}{(n-1)!}$ aus?

(A) –2 **(B)** –1 **(C)** 0 **(D)** $8n + 12$ **(E)** $6n + 12$

12) Welche Ziffer steht an der Einerstelle der Zahl

$$1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + \ldots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2012$$

(A) 5 **(B)** 7 **(C)** 1 **(D)** 3 **(E)** 9

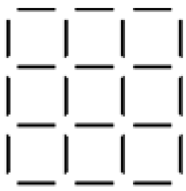
13) Wir betrachten die Funktion $f\colon \boldsymbol{Z} \to \boldsymbol{Z}$, die folgendermaßen definiert ist

$$f(n) = \begin{cases} n + 5, wenn\ n\ ungerade\ ist \\ \frac{n}{2} \quad , wenn\ n\ gerade\ ist. \end{cases}$$

Wie groß ist der Wert von *k*, wenn $f\left(f\left(f(k)\right)\right) = 35$ ist?

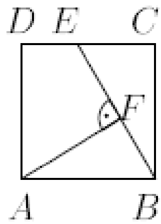
(A) 35 **(B)** 105 **(C)** 135 **(D)** 140 **(E)** 210

14) Aus der abgebildeten Streichhölzer-Figur sollen Streichhölzer so entfernt werden, dass genau drei Quadrate übrig bleiben. Welche unter den angegebenen Zahlen ist die kleinste Zahl zu entfernender Hölzer, bei der das möglich ist?



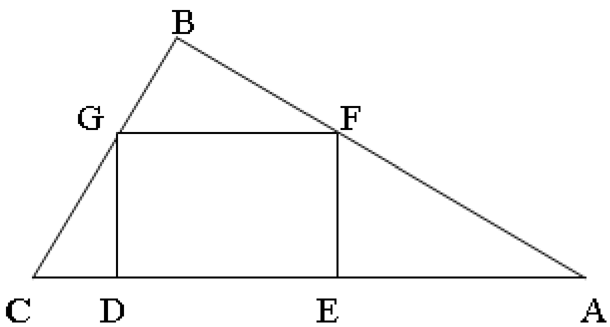
(A) 6 **(B)** 8 **(C)** 10 **(D)** 12 **(E)** 14

15) *ABCD* sei ein Quadrat, die Länge von $\overline{AF}$ beträgt 4 cm, die von $\overline{FB}$ 3 cm. Wie lang ist $\overline{EC}$?



(A) 2,75 cm **(C)** 3,5 cm **(E)** nicht bestimmbar
(B) 3,75 cm **(D)** 3,25 cm

16) BF : AB = 1 : 3. Wie groß ist das Verhältnis des Flächeninhalts vom Rechteck *DEFG* zu dem des Dreiecks *ABC* ?



(A) $\frac{1}{9}$ **(D)** $\frac{4}{9}$

(B) $\frac{1}{4}$ **(E)** $\frac{5}{9}$

(C) $\frac{1}{3}$

17) Die Zahlen $2p + 1$, $3p + 1$, $5p + 1$, $6p + 1$ sind gleichzeitig Primzahlen. Wie viele positive Primzahlen p erfüllen die obigen Bedingungen?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

18) Im Dreieck ABC gilt $\angle ABC = 120°$, $AB = 3$, $BC = 4$. Eine Gerade, die senkrecht auf der Seite AB steht und durch A geht, schneidet eine andere Gerade, die senkrecht auf der Seite BC steht und durch C geht im Punkt D. Die Länge der Strecke CD beträgt

(A) 3 **(B)** $\frac{8}{\sqrt{3}}$ **(C)** 5 **(D)** $\frac{11}{12}$ **(E)** $\frac{10}{\sqrt{3}}$

19) Wenn a und b positive Zahlen mit $a^b = b^a$ und $b = 9a$ sind, dann hat a den Wert

(A) 9 **(C)** $\sqrt[9]{9}$ **(E)** $\sqrt[9]{8}$

(B) $\frac{1}{9}$ **(D)** $\sqrt[4]{3}$

20) Eine Funktion f ist in der Menge der reellen Zahlen außer Null überall definiert. In jedem Punkt der Definitionsmenge von f erfüllt diese Funktion die folgende Funktionsgleichung:

$$f(x) + 2 \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x + 6$$

Wie groß ist $f(10)$?

(A) 36 **(B)** 12,2 **(C)** –7,8 **(D)** –8,2 **(E)** 11,8