

Deutschsprachiger Wettbewerb
2013 / 2014
Mathematik
2. Runde
Jahrgang 3



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren Taschenrechner und Ihr Tafelwerk benutzen.

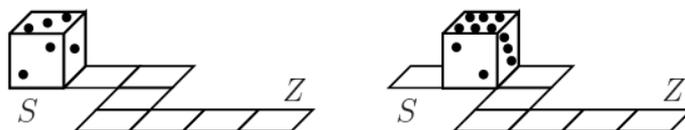
Sie haben 90 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß

1. Welche der folgenden Zahlen kann gewiss nicht die Summe von vier aufeinander folgenden positiven ganzen Zahlen sein?

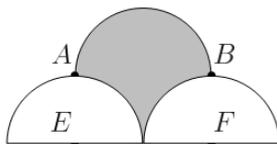
A: 2002 B: 22 C: 202 D: 222 E: 220

2. Die Summe der Punkte auf den einander gegenüberliegenden Seiten eines Würfels sei stets 7. Der Würfel rollt, wie in der Abbildung dargestellt. Im Startpunkt (S) liegt die 3 oben. Welche Zahl ist im Endpunkt (Z) oben?

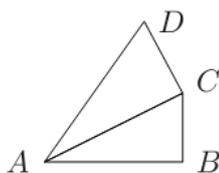


A: 2 B: 6 C: 3 D: 1 E: 5

3. Gegeben seien drei Halbkreise, $EFBA$ sei ein Rechteck, E und F seien die Mittelpunkte der unteren Halbkreise. Die Radien der Halbkreise seien je 2 cm lang. Dann ist der Flächeninhalt der grau gefärbten Fläche gleich (in cm^2)



- A: 8 B: 7 C: 2π D: $2\pi + 1$ E: $2\pi + 2$
4. Aus den 9 Ziffern 1, 2, . . . , 9 lassen sich $9! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 9$ verschiedene 9-stellige Zahlen bilden, die lauter verschiedene Ziffern haben. Wir stellen uns vor, jede dieser Zahlen wird auf ein Extrakärtchen geschrieben und alle Kärtchen werden in eine Kiste gelegt. Wie viele Kärtchen davon muss ich (ohne draufzuschauen) mindestens der Kiste entnehmen, um sicher zu sein, dass sich zwei darunter befinden, die mit derselben Ziffer beginnen?
- A: $9! - 10$ B: $8!$ C: 2^9 D: 10 E: $10 \cdot 9$
5. In der abgebildeten Figur ist $\overline{AB} = 1$, $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACD = 90^\circ$ und $\sphericalangle CAB = \sphericalangle DAC = \alpha$. Wie lang ist die Strecke \overline{AD} ?

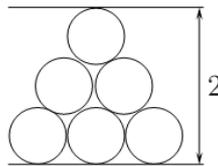


- A: $\cos \alpha + \text{tg } \alpha$ B: $\frac{1}{\cos 2\alpha}$ C: $\cos^2 \alpha$ D: $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$ E: $\cos 2\alpha$
6. Gegeben sind drei Primzahlen a , b und c , für die $a > b > c$ gilt. Wenn $a + b + c = 102$ und $a - b - c = 16$, dann ist $a \cdot b \cdot c =$
- A: 4762 B: 591 C: 1026 D: 4838 E: 2006
7. Wievielmals ist das Gewicht von C im Gewicht von B enthalten?



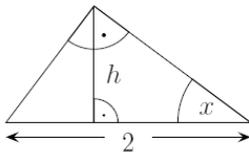
- A: 2-mal B: 3-mal C: 5-mal D: 6,5-mal E: 7-mal

8. Die Höhe der Figur, die aus 6 Kreisen mit dem Radius r gebildet wird (s. Zeichnung), beträgt 2. Dann ist $r =$



A: $\frac{1}{1+\sqrt{3}}$ B: $\frac{2}{1+\sqrt{3}}$ C: $\frac{2}{2+\sqrt{3}}$ D: $\frac{2}{2-\sqrt{3}}$ E: $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$

9. Welcher der folgenden Terme ist gleich der Höhe h im abgebildeten rechtwinkligen Dreieck?



A: $\cos^2 x$ B: $\sin^2 x$ C: $2 \sin x$ D: $\cos 2x$ E: $2 \sin x \cos x$

10. Die Quadrate der aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen, beginnend mit 1, werden nacheinander aufgeschrieben in der Form 149162536496481... Welche Ziffer steht an der hundertsten Stelle?

A: 1 B: 3 C: 5 D: 7 E: 9

11. Von einer Funktion $f(x)$ ist bekannt, dass sie die folgenden Eigenschaften besitzt:

- (1) $f(x)$ ist für alle nichtnegativen reellen Zahlen definiert.
- (2) Für jede nichtnegative Zahl x gilt $f(x) \geq -2$.
- (3) Die Zahl -2 aus (2) kann nicht durch eine größere ersetzt werden.

Die Eigenschaften (1), (2) und (3) hat nur die Funktion

A: $f(x) = |x - 2|$ B: $f(x) = x^2 - 2x - 1$ C: $f(x) = \frac{1-2x}{x}$

D: $f(x) = x^2 - 2x - 2$ E: $f(x) = |x + 2| - 2$

12. Wenn $x + y = 0$ und $x \neq 0$, dann ist $\log_{2013} \frac{y^{2014}}{x^{2014}} =$

A: -1 B: 0 C: 1 D: 2^{2014} E: $\frac{x}{y}$

13. In einer Versuchsreihe mit den Messwerten m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 bemerkt Anna, dass die Differenz zwischen den aufeinander folgenden Werten stets dieselbe ist. Später kann sie sich aber nur noch an die Werte $m_2 = 5,5$ und $m_5 = 10$ erinnern. Daraus kann sie gleichwohl einen gesuchten Messwert m_1 noch berechnen; es ist $m_1 =$

A: 0,5 B: 2 C: 2,5 D: 4 E: 4,5

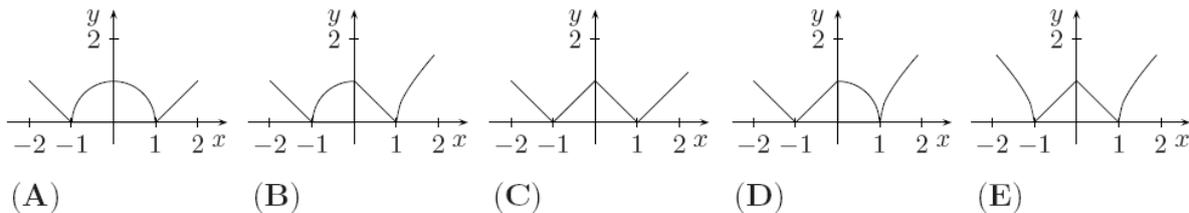
14. Wenn $4^x = 9$ und $9^y = 256$, dann ist $xy =$

- A: 2006 B: 48 C: 36 D: 10 E: 4

15. Der Wert der Summe $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ$ ist gleich

- A: 1 B: π C: 0 D: -1 E: 10

16. Welcher Graph gehört zu der Funktion $y = \sqrt{|(1+x)(1-|x|)|}$?



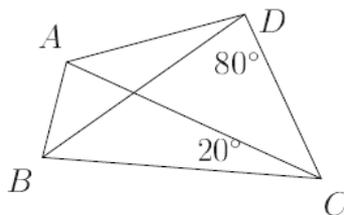
17. Wie groß ist der spitze Winkel eines Rhombus (auch Raute genannt), dessen Seite gleich dem geometrischen Mittel seiner Diagonalen ist?

- A: 15° B: $22,5^\circ$ C: 30° D: $37,5^\circ$ E: 45°

18. Wenn $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2013}$ ist, dann ist $n =$

- A: 671 B: 1006 C: 1011 D: 2010 E: 2011

19. Im Viereck $ABCD$ sei die Diagonale BD Winkelhalbierende des Winkels ABC und es sei $AC = BC$. Wenn der Winkel BDC gleich 80° und der Winkel ACB gleich 20° ist, dann ist der Winkel DAB gleich



- A: 90° B: 100° C: 110° D: 120° E: 135°

20. In einem rechtwinkligen Dreieck sind gegeben: $a = x^2 - 4$, $b = 2x + 4$ und $\operatorname{tg} \alpha = 0,5$. Dann ist der Wert des Terms $(2x - 1) \cdot \sin \beta =$

- A: 4 B: $2\sqrt{5}$ C: $\sqrt{5}$ D: 12 E: 15