

**Deutschsprachiger Wettbewerb**  
**2014 / 2015**  
**Mathematik**  
**Runde 2**  
**Jahrgang 3**



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

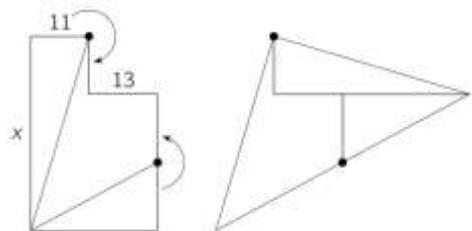
Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren Taschenrechner und Ihr Tafelwerk benutzen.

Sie haben 75 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß

1. Von der abgebildeten Figur (linkes Bild) werden zwei Dreiecke abgeschnitten und um die dick markierten Punkte gedreht, so dass ein Dreieck entsteht (siehe Bild). Wie lang ist die Seite  $x$ ?

- (A) 36            (C) 38            (E) 40  
(B) 37            (D) 39



2. Wenn  $4^x = 9$  und  $9^y = 256$  ist, dann ist  $xy =$

- (A) 2006            (B) 48            (C) 36            (D) 10            (E) 4

3. An jede Ecke eines Würfels wird eine positive ganze Zahl geschrieben. Danach schreibt man auf jede Seitenfläche die Summe der Zahlen, die diese Seiten begrenzen. Zuletzt addiert man die zu den Seiten gehörenden Zahlen. Welche Zahl kann man als Ergebnis erhalten?

(A) 2014      (B) 2015      (C) 2016      (D) 2017      (E) 2018

4. Wie viele natürliche Zahlen sind in der Lösungsmenge der folgenden Gleichung?

$$\log_2(2x - 2) + \log_2(x + 1) = \log_2(4x + 4)$$

(A) keine      (B) eine      (C) zwei      (D) unendlich viele      (E) keine dieser Antworten

5. Bestimme den genauen Wert des folgenden Terms:

$$\log_a \sqrt[3]{a^{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt[10]{\sqrt[3]{a^7}}}}$$

(A) 11      (B)  $\frac{11}{180}$       (C)  $\frac{11}{60}$       (D)  $\frac{1}{18}$       (E) keine dieser Antworten

6. Der Wert der Summe  $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ$  ist gleich

(A) 1      (B)  $\frac{1}{4}$       (C) 0      (D) -1      (E) 10

7. Wenn p, q und r positive ganze Zahlen sind, für die gilt:

$$p \cdot \log_{40} 5 + q \cdot \log_{40} 2 = r$$

dann ist der kleinstmögliche Wert der Summe p + q + r gleich:

(A) 3      (B) 5      (C) 6      (D) 8      (E) es ist nicht eindeutig

8. Ein voller Wassertank wiegt x Tonnen. Ein halbvoller Wassertank wiegt y Tonnen. Wie viele Tonnen wiegt ein leerer Wassertank?



(A) x - y      (B) x - 2y      (C) 2y - x      (D) 2x - 2y      (E)  $\frac{x - y}{2}$

9. Bei einer Lottoziehung wurden die folgenden Zahlen gezogen: 35, 40, 44, 46 und 55, wobei die Reihenfolge nicht unbedingt diese war. Max hat die Ziehung im Fernsehen gesehen, und dabei festgestellt, dass der Durchschnitt der gezogenen Zahlen nach jedem Ziehen eine ganze Zahl war. Welche Zahl wurde als Dritte gezogen?

(A) 35      (B) 40      (C) 44      (D) 46      (E) 55

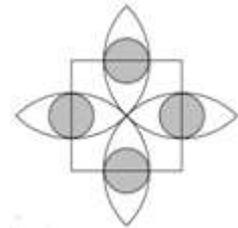
10. Das Alphabet einer fremden Sprache besteht aus den 6 Buchstaben  $\spadesuit$ ,  $\heartsuit$ ,  $\clubsuit$ ,  $\diamondsuit$ ,  $\triangle$  und  $\nabla$  in dieser Reihenfolge. Alle Wörter dieser Sprache sind 6-buchstabig, sie entstehen durch Vertauschung der 6 Buchstaben (jeder kommt in jedem Wort genau einmal vor). Welches Wort steht auf Platz 537 im exakt nach dem Alphabet geordneten Wörterbuch?

(A)  $\triangle\spadesuit\heartsuit\clubsuit\diamondsuit\nabla$  (B)  $\nabla\heartsuit\triangle\clubsuit\diamondsuit$  (C)  $\clubsuit\spadesuit\triangle\heartsuit\diamondsuit\nabla$  (D)  $\triangle\diamondsuit\heartsuit\clubsuit\spadesuit\nabla$  (E)  $\diamondsuit\triangle\heartsuit\clubsuit\spadesuit\nabla$

11. Ein Punkt P liegt von den Schenkeln eines rechten Winkels 4 bzw. 5 Einheiten weit entfernt. Eine Gerade durch den Punkt P und die Schenkel des rechten Winkels bestimmen ein rechtwinkliges Dreieck mit einem Flächeninhalt von 40 Flächeneinheiten. Wie lang ist die Hypotenuse?

(A)  $\sqrt{164}$  (B)  $\sqrt{128}$  (C)  $\sqrt{84}$  (D)  $\sqrt{48}$  (E)  $\sqrt{40}$

12. Um die Eckpunkte eines Quadrates der Seitenlänge 2 werden vier Halbkreise konstruiert, die sich im Mittelpunkt des Quadrates schneiden. Die vier kleineren grauen Kreise, deren Zentren in den Mittelpunkten der Quadrate liegen, berühren je zwei Halbkreise von innen. Welchen Flächeninhalt haben diese vier grauen Kreise insgesamt?



(A) 6 (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$  (C)  $\pi$  (D)  $\frac{\pi}{4}$  (E)  $4(3 - 2\sqrt{2})\pi$

13. Wie viele sechsstellige Zahlen gibt es, bei denen das Produkt ihrer Ziffern 6000 ergibt?

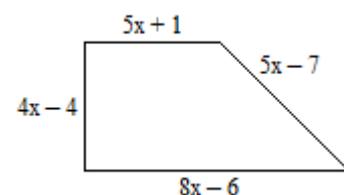
(A) 420 (B) 380 (C) 360 (D) 340 (E) 300

14. Das Kartenspiel „Wizzard“ läuft so ab: In der ersten Runde erhält jeder Spieler eine Karte, in der zweiten Runde zwei Karten, in der dritten Runde drei usw. bis zur letzten Runde, in der jeder der drei Mitspieler 20 Karten erhält. In jeder Runde spielen die Teilnehmer reihum jeweils eine Karte aus, den sogenannten „Stich“, bis alle Karten aufgebraucht sind. Die erste Runde besteht also aus einem Stich und die letzte Runde aus zwanzig Stichen. Nach der Hälfte der Stiche wollen die Spieler eine Pause machen. Nach welcher Runde müssen sie das tun?

(A) nach der 10. (B) nach der 5. (C) nach der 12. (D) nach der 14. (E) nach der 19.

15. Wie groß ist die Fläche des rechtwinkligen Trapezes ABCD in der folgenden Abbildung?

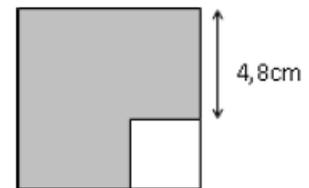
(A) 252 (C) 312 (E) 412  
(B) 282 (D) 338



16. Die nebenstehende graue Fläche, die sich aus der Differenz von zwei Quadraten ergibt, beträgt  $60\text{cm}^2$ .

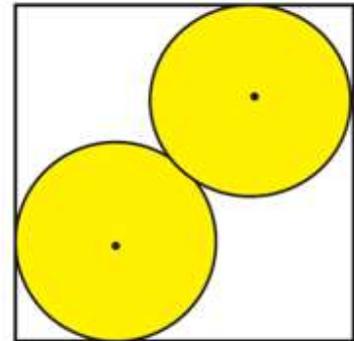
Wie groß ist der Umfang der grauen Fläche?

- (A) 32,6cm      (C) 36,6cm      (E) 40,6cm  
 (B) 34,6cm      (D) 38,6cm



17. Im abgebildeten Quadrat sind zwei gleichgroße Kreise eingezeichnet. Wie groß ist der Radius der beiden Kreise, wenn die Seitenlänge des Quadrates 1 LE beträgt?

- (A)  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$       (C)  $\frac{1}{4}\sqrt{2}$       (E)  $1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}$   
 (B)  $\frac{1}{2}$       (D)  $1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}$



18. In einem Kaufhaus am Wohnort kostet der laufende Meter für eine bestimmte Auslegware 4800 Ft. Im betriebseigenen Laden des Werkes ist sie billiger; dort kostet sie nur 85% dieses Preises. Ab wie viel Meter Auslegware lohnt es sich zum Einkauf in das 80 km entfernte Werk zu fahren, wenn die Kosten für die Autofahrt 36 Ft pro 1 km betragen?

- (A) 8      (B) 4      (C) 2      (D) 16      (E) 10

19. Gegeben ist ein Quader mit den Kantenlängen  $a$ ,  $b$  und  $c$ . Von einer seiner Ecken gehen drei Seitenkanten, drei Flächendiagonalen und eine Raumdiagonale aus. Diese werden als aus einem gemeinsamen Anfangspunkt ausgehende Vektoren betrachtet. Welche Länge hat die Summe dieser sieben Vektoren?

- (A)  $a + b + c$       (C)  $4\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$       (E)  $9\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$   
 (B)  $\sqrt{3a^2 + 3b^2 + 3c^2}$       (D)  $3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

20. Eine Zahlenfolge besteht aus 80 Gliedern. Jedes Glied (bis auf das erste und letzte Glied) ist gleich dem Produkt aus seinen benachbarten Gliedern. Das Produkt aus den ersten 40 Gliedern und das Produkt aus allen Gliedern ist 8. Wie groß ist die Summe aus dem zweiten und aus dem vierzigsten Glied?

- (A) 0,25      (B) 0,5      (C) 4      (D) 4,5      (E) 6