

Deutschsprachiger Wettbewerb
2014 / 2015
Mathematik
Runde 2
Jahrgang 4



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

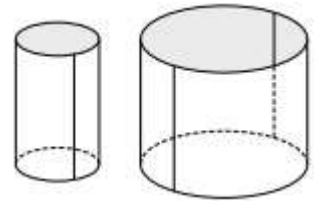
Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren Taschenrechner und Ihr Tafelwerk benutzen.

Sie haben 75 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß

1. Wenn $a - b + c = 215$ ist, was ist der Wert von $2015 - a + b - c$?
(A) hängt von a ab (B) 1800 (C) 1900 (D) 2230 (E) kann nicht berechnet werden.
2. Bei einem Schachtunier spielt jeder Teilnehmer gegen jeden anderen je ein Spiel. Insgesamt werden 231 Spiele durchgeführt. Wie viele Personen nehmen am Turnier teil?
(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 22 (E) 24
3. Von 10 verschiedenen positiven ganzen Zahlen sind genau 5 durch 5 teilbar und genau 7 durch 7 teilbar. Wie groß ist die größte dieser Zahlen mindestens?
(A) 105 (B) 77 (C) 75 (D) 70 (E) 63
4. Was ist der kleinste Wert der Funktion $f(x) = \cos^2 x - 2 \cos x - 3$?
(A) 0 (B) -1 (C) -2 (D) -3 (E) -4

5. Ich habe zwei Zylinder gleicher Höhe. Mit einem quadratischen Stück Papier kann ich den Mantel des kleinen Zylinders vollständig und ohne Überlappungen bekleben. Für den großen Zylinder brauche ich genau zwei solche quadratische Stücke Papier. In welchem Verhältnis steht das Volumen des großen Zylinders zum Volumen des kleinen Zylinders?

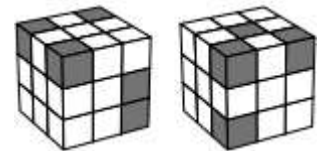


- (A) $2 : 1$ (B) $3 : 1$ (C) $\pi : 1$ (D) $4 : 1$ (E) $2\pi : 1$

6. In der Jahreszahl 2014 ist die letzte Ziffer größer als die Summe der anderen drei Ziffern und alle Ziffern sind verschieden. Wann war dies das letzte Mal (vor dem Jahre 2014) der Fall?

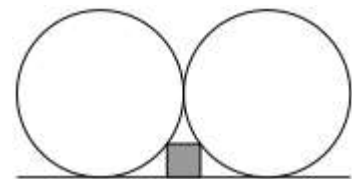
- (A) vor 215 Jahren (C) vor 395 Jahren (E) vor 485 Jahren
(B) vor 305 Jahren (D) vor 405 Jahren

7. Rechts ist zweimal derselbe Würfel abgebildet, jedoch aus unterschiedlichen Blickrichtungen. Er besteht aus 27 gleich großen Würfeln, von denen einige grau sind. Welche maximale Anzahl von Würfeln kann grau sein?



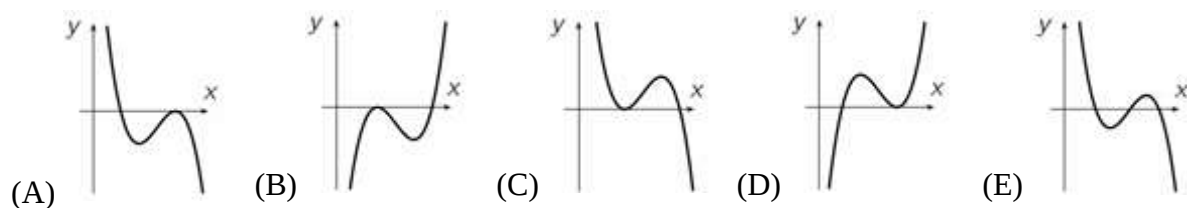
- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

8. Die Abbildung zeigt zwei sich berührende Kreise mit dem Radius 1 und ein Quadrat, das die Kreise berührt. Eine Quadratseite liegt auf einer gemeinsamen Tangente der Kreise. Wie groß ist die Seitenlänge des Quadrats?



- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{2}$

9. Es sei $a < b$. Welcher der folgenden Graphen gehört zur Funktion $W(x) = (a - x)(b - x)^2$?

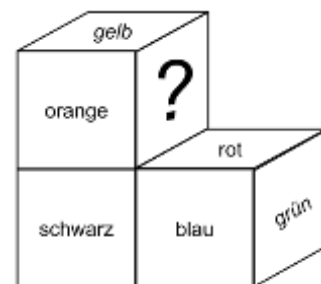


10. Wie viele Aussagen sind richtig?

- Alle Trapeze sind symmetrisch.
- Die vierte Aussage ist richtig.
- Es gibt ein Drachenviereck, das genau drei rechte Winkel hat.
- Die erste Aussage ist falsch.
- Die zweite Aussage ist falsch.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

11. Ein Pferd frisst eine Wagenladung Heu in einem Monat auf. Für eine Ziege reicht das Heu 2 Monate, für ein Schaf reicht es 3 Monate. In wie vielen Monaten fressen das Pferd, die Ziege und das Schaf gemeinsam diese Wagenladung auf?
- (A) $\frac{6}{11}$ (B) $\frac{11}{6}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) 6 (E) $\frac{1}{6}$
12. László möchte möglichst viele verschiedene natürliche Zahlen aufschreiben, die alle kleiner oder gleich 100 sind und deren Produkt nicht durch 54 teilbar ist. Wie viele Zahlen kann László höchstens aufschreiben?
- (A) 54 (B) 62 (C) 67 (D) 69 (E) 81
13. An dem kreisförmigen Hauptplatz einer kleinen Stadt kreuzen sich 10 Wege, je 2 in einem anderen Punkt. Die zwischen den Wegen entstandenen Parzellen werden mit Blumen bepflanzt. Wie viele Blumenbeete können höchstens entstehen?
- (A) 46 (B) 56 (C) 52 (D) 55 (E) keine dieser Antworten
14. Beim Programmieren ihrer vier sprachbegabten Roboter ist Ines eventuell ein Fehler unterlaufen. Wahrscheinlich hat sie einen oder auch mehrere der Roboter, die sonst stets die Wahrheit sagen, so programmiert, dass sie stets lügen. Sicher gibt es viele Möglichkeiten, die fehlprogrammierten Roboter herauszufinden; sie entschließt sich zu der Frage: "Wie viele von euch lügen?" Darauf antwortet der erste Roboter: "Einer", der zweite: "Zwei", der dritte "Drei", der vierte: "Vier". Wie viele lügen?
- (A) keiner (B) einer (C) zwei (D) drei (E) alle
15. Gestern morgen war der Wechselkurs in drei verschiedenen Geldwechselstuben derselbe. In der ersten Wechselstube stieg der Kurs bis zum Mittag um 5% und fiel danach bis zum Abend um 5%. In der zweiten Wechselstube fiel der Kurs bis zum Mittag um 5% und stieg anschließend bis zum Abend um 5%. In der dritten Wechselstube blieb der Kurs über den Tag konstant. In welcher Wechselstube war der Kurs am Ende des Tages am niedrigsten?
- (A) in allen drei gleich (C) in der zweiten (E) in der dritten
(B) in der ersten (D) in der ersten und zweiten
16. Die drei Würfel in der Abbildung sind vollkommen gleich. Sie wurden so zusammengelegt, dass die zusammen treffenden Seiten die gleiche Farbe haben. Welche Farbe hat die mit dem Fragezeichen gekennzeichnete Seite?
- (A) schwarz (C) grün (E) nicht zu bestimmen
(B) blau (D) rot



17. Welche der Rechnungen berechnet bei einem Zinssatz von 7,5% das Guthaben vom Tag der Einzahlung bis zum Ende des x -ten Jahres richtig, wenn die Geldanlage 1 Euro beträgt? ($x \in \mathbb{N}^+$)
- (A) $j(x) = (1 + 0,75)^x$ (C) $j(x) = x^{1,75}$ (E) $j(x) = \frac{x}{1,075}$
(B) $j(x) = 1 + 0,075^x$ (D) $j(x) = 1,075^x$
18. Seien die Eckpunkte eines Rechtecks $A(-2;-3)$, $B(4;-3)$, $C(4;11)$ und $D(-2;11)$ und sei eine Kreisfläche durch die Ungleichung $x^2 + y^2 - 20x - 12y + 133,75 \leq 0$ bestimmt. Wie groß ist die Steigung einer Gerade, die sowohl die Fläche des Rechtecks als auch die Kreisfläche halbiert?
- (A) $-\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{2}{7}$ (C) $-\frac{1}{9}$ (D) $\frac{1}{9}$ (E) $\frac{2}{9}$
19. Die Lieblingsgruppe von Katja gab eine neue Platte mit 8 brandneuen Liedern heraus. Drei davon gefallen Katja besonders. Sie hört diese Lieder oft auf ihrem mp3-Player. Damit es nicht so langweilig wird, lässt sie die Lieder in einer durch Zufall bestimmten Reihenfolge abspielen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ihre Lieblingslieder nacheinander abgespielt werden, falls sie bei einem Abspiel alle Lieder genau einmal anhört?
- (A) $\frac{1}{56}$ (B) $\frac{1}{28}$ (C) $\frac{3}{56}$ (D) $\frac{1}{14}$ (E) $\frac{3}{28}$
20. Sei A_k die Summe der Logarithmen der ganzen Zahlen von 1 bis 2015 mit der Basis k , wobei k eine ganze Zahl von 2 bis 2015 ist. Wie groß ist die Summe der Kehrwerte aller solchen Zahlen A_k ?
- (A) 1 (B) $\log_{2015} 2014$ (C) 2014 (D) 2015
(E) Keines von den aufgezählten Ergebnissen