

Deutschsprachiger Wettbewerb

2015 / 2016

Mathematik

1. Runde

Jahrgang 4



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren *Taschenrechner* und Ihr *Tafelwerk* benutzen.

Sie haben 75 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß

1. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- a) Der Mittelpunkt des Umkreises eines Dreiecks befindet sich immer auf einer der Seitenhalbierenden.
- b) Die Betragsfunktion hat einen Scheitelpunkt.
- c) Die Höhe in einem rechtwinkligen Dreieck ist das arithmetische Mittel der zwei Hypotenusenabschnitte.

(A) alle (B) nur b (C) nur c (D) keine (E) a und c

2. Zwei Männer und zwei Buben möchten in einem Boot einen Fluss überqueren. Das Boot fasst entweder einen Mann oder zwei Buben, wobei die Buben auch alleine fahren können. Wie viele Flussüberquerungen sind mit dem Boot insgesamt mindestens notwendig, um alle ans andere Ufer zu bringen?

(A) 3 (B) 5 (C) 9 (D) 11 (E) 13

3. 70 % der Sparkunden sind mindestens 35 Jahre alt. Von diesen Sparkunden legen 40 % weniger als 10 000 € an. Von den Sparkunden, die jünger als 35 Jahre sind, legen 80 % weniger als 10 000 € an.

Welcher Anteil der Sparkunden, die 10 000 € oder mehr anlegen, ist jünger als 35 Jahre?

- (A) 40 % (B) 12,5 % (C) 6 % (D) 30,5 % (E) 13 %

4. Wie viele von den angegebenen Formeln (mit den üblichen Bezeichnungen) gelten für die arithmetischen Folgen?

$$\begin{aligned} 5a_3 &= S_5 \\ \frac{a_{k-3} + a_k + a_{k+3}}{3} &= a_k \\ \frac{a_n - a_{n-1}}{2} &= d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n \\ S_{n+1} &= (n+1) \frac{2a_1 + nd}{2} \end{aligned}$$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5. Wenn $\log_2 10 = a$, dann ist $\log_{10} 2 =$

- (A) $2a$ (B) $\frac{a}{2}$ (C) $5a$ (D) $\frac{a}{5}$ (E) $\frac{1}{a}$

6. $\frac{\overbrace{9999 \dots 9999}^{18 \times 9}}{999999999} - 1 =$

- (A) 9^9 (B) $9^9 - 1$ (C) 9^{10} (D) 10^9 (E) 10^{10}

7. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x \cdot (x-1)}{\lg x}$.

Welche Menge gibt die Nullstellen dieser Funktion an?

- (A) $\{0; 1\}$ (B) $\{0\}$ (C) $\{1\}$ (D) $\{ \}$ (E) keine dieser Mengen

8. Wie spricht man den folgenden Ausdruck richtig aus: $\sqrt[3]{\log_2 3}$?

- (A) Dritte Wurzel aus Logarithmus zur Basis 2 von 3. (C) Dritte Wurzel aus Logarithmus 2 von 3.
(B) Dritte Wurzel von den Logarithmus aus 3 zur Basis 2. (D) Dritte Wurzel von Logarithmus 2 3.
(E) Dritte Wurzel aus dem Logarithmus 3 zur Basis 2.

9. Der größte gemeinsame Teiler der Zahlen 91 und k sei größer als 50. Dann gilt gewiss:

- (A) k ist mindestens dreistellig (D) k ist ein Vielfaches von 91
(B) k ist durch 21 teilbar (E) k ist durch 7 und durch 3 teilbar
(C) 91 ist ein Vielfaches von k

10. Zu welcher Funktion gehört der abgebildete Graph?

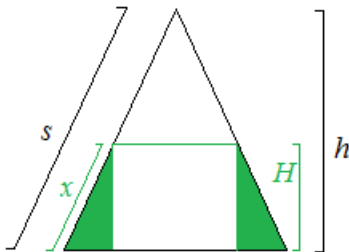
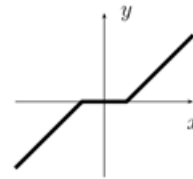
(A) $y = \frac{1}{2}|x - 1| - \frac{1}{2}|x + 1|$

(D) $y = \frac{1}{2}|x - 1| + \frac{1}{2}|x + 1|$

(B) $y = |x|$

(E) $y = \frac{1}{2}|x - 1| - \frac{1}{2}|x + 1| + x$

(C) $y = x + 1$



11. In einem Dachgiebel mit $h = 3,2 \text{ m}$ und $s = 3,5 \text{ m}$ soll in $H = 2,1 \text{ m}$ Höhe eine Decke eingezogen werden. Welche Länge x hat die schräge Wand in dem entstehenden Raum?

(A) 2,3 m

(C) 3,1 m

(E) 1,9 m

(B) 5,3 m

(D) 2,5 m

12. Die Punkte ABCDEFGH sind Eckpunkte eines Quaders. Die Mittelpunkte der Kanten BF und CG seien M und N. Die Punkte E, M, F, H, N und G sind Eckpunkte eines Prismas. Welchen Bruchteil des Quader Volumens nimmt das Prisma ein?

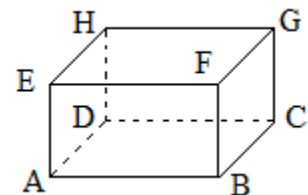
(A) $\frac{1}{6}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{2}{5}$

(E) $\frac{3}{4}$



13. Die Pizzeria „**Bella Italia**“ bietet Pizzen in zwei verschiedenen Größen und mit unterschiedlichen Belägen an. Die preiswerteste Pizza ist eine kleine „*Pizza Margherita*“ (mit Tomaten und Käse) mit einem Durchmesser von 24 cm und einem Preis von 5,40 €. Die Fläche der großen Pizza ist doppelt so groß wie die Fläche der kleinen Pizza. Jede große *Pizza Margherita* hat außen herum eine 1,5 cm breite Randfläche, die nicht belegt ist. Wie groß ist die nicht belegte Fläche der großen Pizza?

(A) 152,88 cm²

(B) 751,90 cm²

(C) 904,78 cm²

(D) 213,57 cm²

(E) 75,40 cm²

14. Gegeben ist die Funktion $f(x) = k \cdot \sin\left(\frac{1}{k} \cdot x\right)$. Die Periode dieser Funktion beträgt 2. Wie groß ist der Wert von k ?

(A) $\frac{1}{2\pi}$

(B) $\frac{1}{\pi}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 1

(E) 2

15. Die Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks sind die ersten drei Glieder einer geometrischen Folge. Der genaue Sinuswert des kleineren spitzen Winkels des Dreiecks ist:

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) $\sqrt{5} - 2$

(D) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

(E) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

16. Wie viele Dreiecke existieren, deren Flächeninhalt 8 Einheiten beträgt, zwei der Eckpunkte in den Punkten A(-2; 2) und B(6; 2) liegen und die Gleichung des Umkreises

$$x^2 + y^2 - 4x - 10y + 4 = 0$$
 erfüllt?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) Es gibt kein solches Dreieck.

17. Lösen Sie die Gleichung!

$$2e^x - \frac{4}{e^x} = 0$$

- (A) $0,5 \ln 2$ (B) $2 \ln 2$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\pm\sqrt{2}$ (E) $2\ln\sqrt{2}$

18. Ein mögliches Losverfahren ist das „Ziehen“ von Streichhölzchen: Dabei wird von drei gleichen Streichhölzern eines verkürzt. Zwei Personen ziehen aus den verdeckten Streichhölzern nacheinander, jeweils einmal. Derjenige, der das kurze Hölzchen zieht, hat verloren. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit zu verlieren - für den, der als letzter zieht.

- (A) $1/3$ (B) $2/3$ (C) $1/2$ (D) $1/6$ (E) $5/6$

19. Um einen runden Tisch sitzen 8 Leute. Jeder ist mit seinen beiden Nachbarn zerstritten, aber mag alle anderen. Man wählt zufällig 3 Leute aus. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie sich alle mögen?

- (A) $\frac{3}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{15}{56}$ (D) $\frac{17}{56}$ (E) Keine dieser Zahlen.

20. Löse das Kreuzworträtsel und multipliziere die Zahlen, bei denen ein E steht. Wie groß ist dieses Produkt?

a)		1	2	d)		3	4	5			e)		3	
						4							2	
						5							1	
		b)		5	6	7	8	9					2	
						7							3	
c)		4	5	6	7	8	9	8	7	6	5	4		
														5
														6
														7
														8

- a) Dieser Körper hat eine Mantellinie.
 b) Ein Begriff, den sowohl ein Graph als auch ein Würfel hat.
 c) Der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden in einem Dreieck.
 d) Diese Figur hat die Gleichung:
 $y = 2x + 3$.
 e) Der Punkt, an dem eine Funktion die x-Achse schneidet.

- (A) 184320 (B) 46080 (C) 23040 (D) 92160 (E) keine dieser Zahlen