

Deutschsprachiger Wettbewerb

2016 / 2017

Mathematik

2. Runde

Jahrgang 11



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren Taschenrechner und Ihr Tafelwerk benutzen.

Sie haben 90 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Erfolg!

1. Es war ein sehr heißer Tag und 4 Paare tranken zusammen 44 Flaschen Bier. Karin hatte 2, Linda 3, Melanie 4 und Nina 5 Flaschen. Herr Wirsing trank so viele Flaschen, wie seine Frau, aber jeder der anderen Männer trank mehr als seine Frau: Herr Faltings zweimal so viele, Herr Teichmüller dreimal so viele und Herr Zorn viermal so viele Flaschen.

Der Familienname von Nina ist

- (A) Zorn (B) Teichmüller (C) Faltings (D) Wirsing
(E) zu wenige Informationen für eine eindeutige Antwort

2. Ein Restaurant bietet 5 verschiedene Suppen, 10 verschiedene Hauptgerichte und 6 verschiedene Nachspeisen an. Jemand hat sich entschieden, höchstens je eine Suppe, ein Hauptgericht und eine Nachspeise zu essen.

Wie viele verschiedene Menüzusammenstellungen gibt es unter diesen Voraussetzungen?

- (A) 300 (B) 330 (C) 360 (D) 462 (E) keine von diesen

3. In einer Urne gibt es rote und blaue Kugeln. Mindestens 90% der Kugeln sind rot. Jemand nahm zuerst 50 Kugeln heraus und fand eine blaue unter den Kugeln. Die anderen Kugeln können so gezogen werden, dass jede achte Kugel eine blaue ist.

Wie viele Kugeln waren höchstens in der Urne?

- (A) 62 (B) 241 (C) 220 (D) 187 (E) keine von diesen

4. An einem Schachturnier nahmen 10 Spieler teil. In der ersten Runde spielte jeder Teilnehmer gegen einen anderen Teilnehmer. So fanden 5 Spiele in allen Runden statt.

Wie viele Möglichkeiten haben wir, die erste Runde zu organisieren?

- (A) 252 (B) 30240 (C) 945 (D) 729 (E) keine von diesen

5. Wie viele natürlichen Zahlen gibt es, für die der Ausdruck $n^2 + 11n + 30$ eine Quadratzahl ist?

- (A) unendlich viele solche Zahlen gibt es (B) 2 (D) 0
(C) 1 (E) keine von diesen

6. Die Funktion f erfüllt für alle $x \neq 0$ die Gleichung: $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2+1}{x}$.

Dann ergibt sich für $f(\sqrt{x}) \cdot f(-\sqrt{x})$ bei $x > 0$

- (A) $-\frac{(x+1)^2}{x}$ (C) $\frac{x}{x^2+1}$ (E) $\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{x}$
(B) $\sqrt{\frac{x}{x+1}}$ (D) $-\frac{x^2+1}{x}$

7. Es sei $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ eine nichtnegative Funktion, die die zwei Bedingungen $f(1) = 2$ und $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ erfüllt. Welchen Wert hat f an der Stelle $\frac{1}{2}$?

- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ (D) 1 (E) $\sqrt{2}$

8. Welcher Rest entsteht bei der Divisionsaufgabe $(3^{20} \cdot 5^{30} - 2) : 15$

- (A) 0 (B) 2 (C) 5 (D) 8 (E) 13

9. Welche der folgenden Funktionen hat die Eigenschaften (1) bis (3)?

- (1) $f(x)$ ist für alle $x \geq 0$ definiert.
(2) Es gilt $f(x) \geq -2$ für alle $x \geq 0$.
(3) Es gibt eine reelle Zahl x , $x \geq 0$, mit $f(x) = -2$.

- (A) $f(x) = |x - 2|$ (C) $f(x) = \frac{1-3x}{x}$ (D) $f(x) = x^2 - x - 2$
(B) $f(x) = x^2 - 2x - 1$ (E) $f(x) = |x + 2| - 2$

10. Mit welchem Ausdruck ist die folgende Summe identisch?

$$2^{n+2017} + 2^{n+2017} = ?$$

(A) 2^{n+2018}

(C) $2^{2n+2018}$

(E) 4^{n+2017}

(B) $2^{2n+2017}$

(D) $4^{2n+2017}$

11. Gegeben sind in der Ebene das Dreieck ABC und der Punkt P so, dass P gleich weit entfernt von A und B ist, sowie der Winkel APB das Doppelte des Winkels ACB ist. Die Strecke AC schneidet die Strecke BP, der Schnittpunkt sei D. Wir wissen, dass $DB = 3$ und $PD = 2$ ist. Wie groß ist das Produkt der Strecken AD und CD?

(A) 6

(B) 5

(C) 15

(D) 21

(E) nicht zu bestimmen

12. Zwei Seiten eines Vierecks sind 1 cm und 4 cm lang. Das Viereck wird durch die eine Diagonale, die 2 cm lang ist, in zwei gleichschenklige Dreiecke geteilt. Wie viel cm beträgt der Umfang des Vierecks?

(A) 8

(B) 9

(C) 10

(D) 11

(E) es gibt kein solches Viereck

13. Höchstens wie viele rechte Winkel kann ein konvexes 2017-Eck haben?

(A) 3

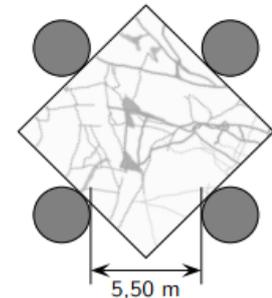
(B) 4

(C) 5

(D) 1008

(E) 2016

14. Im Foyer unseres Stadtmuseums fällt auf dem Boden das große Quadrat aus Marmor auf. Vier runde Säulen, jede mit einem Durchmesser von 50 cm, stehen im Abstand von 5,50 m und berühren die Marmorplatte genau in den Mittelpunkten der Seiten (Abbildung nicht maßstabsgerecht). Welche Seitenlänge (in m) hat die Marmorplatte?



(A) $6 \cdot \sqrt{2} - \frac{1}{2}$

(C) $5 \cdot \sqrt{2} + \frac{1}{4}$

(E) $11 \cdot \sqrt{2} - \frac{3}{2}$

(B) $5 \cdot \sqrt{2} + \frac{1}{2}$

(D) $4 \cdot \sqrt{2} + \frac{5}{2}$

15. Zwei der Höhen in einem Dreieck sind 10 cm und 11 cm lang. Welche der folgenden Längen kann sicher nicht die Länge der dritten Höhe in diesem Dreieck sein?

(A) 5 cm

(B) 10 cm

(C) 21 cm

(D) 67 cm

(E) 68 cm

16. Wähle von den Ungleichungsreihen die FALSCHER aus!

(A) $\sin 3 < \sin 1 < \sin 2$

(D) $\tan 2 < \tan 3 < \tan 1$

(B) $\cos 3 < \cos 2 < \cos 1$

(E) $\sin 1 < \tan 1 < \tan 2$

(C) $|\cos 2| < \cos 1 < |\cos 3|$

17. Berechne das folgende Produkt!

$$\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_{2015} 2016 = ?$$

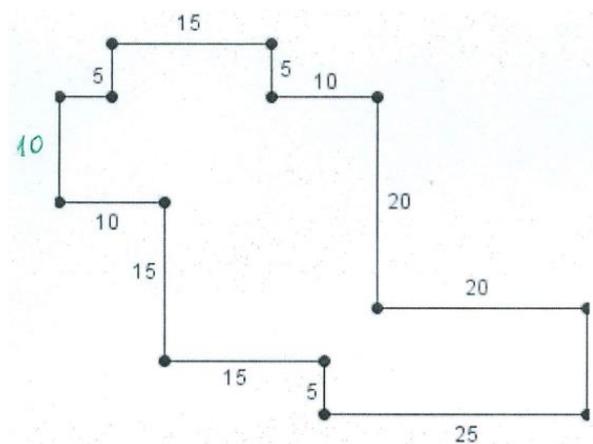
- (A) 1 (B) $\lg 2014$ (C) $\lg 1008$ (D) $\frac{\lg 2}{\lg 2016}$ (E) ca. 10,98

18. Das Alphabet einer fremden Sprache besteht aus den 6 Buchstaben \blacklozenge , \heartsuit , \spadesuit , \clubsuit , \blacktriangle und \blacktriangledown in dieser Reihenfolge. Alle Wörter dieser Sprache sind 6-buchstabig, sie entstehen durch Vertauschung der 6 Buchstaben (jeder kommt in jedem Wort genau einmal vor). Welches Wort steht auf Platz 537 im exakt nach dem Alphabet geordneten Wörterbuch?

- (A) $\blacktriangle \spadesuit \heartsuit \clubsuit \blacklozenge \blacktriangledown$ (C) $\clubsuit \spadesuit \blacktriangle \heartsuit \blacklozenge \blacktriangledown$ (E) $\blacklozenge \blacktriangle \heartsuit \spadesuit \clubsuit \blacktriangledown$
 (B) $\blacktriangledown \heartsuit \spadesuit \blacktriangle \clubsuit \blacklozenge$ (D) $\blacktriangle \blacklozenge \heartsuit \clubsuit \spadesuit \blacktriangledown$

19. Onkel Pista hat einen Garten, die Grundfläche seines Gartens ist auf der Abbildung zu sehen. Die Maßzahlen sind in Meter angegeben. Wie groß ist der Flächeninhalt des Gartens?

- (A) 800 m^2
 (B) 750 m^2
 (C) 850 m^2
 (D) 900 m^2
 (E) 700 m^2



20. Eine Schalttafel besteht aus 100 leuchtenden Knöpfen. Sie sind in 10 Reihen und 10 Spalten angeordnet. Wenn man auf einen Knopf drückt, dann wird der Knopf erlöschen, und auch noch die Knöpfe in derselben Reihe und Spalte. Falls später beim Knopfdruck ein solcher Knopf in der Reihe oder Spalte ist, der nicht leuchtet, dann leuchtet dieser wieder auf. Am Anfang leuchten alle Knöpfe. Nach wieviel-mal Knopfdrücken werden keine Knöpfe mehr leuchten?

- (A) 10 (B) 20 (C) 50 (D) 80 (E) 100