

Deutschsprachiger Wettbewerb

2016 / 2017

Mathematik

2. Runde

Jahrgang 12



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren Taschenrechner und Ihr Tafelwerk benutzen.

Sie haben 90 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Erfolg!

1. Die unendliche Dezimalzahl, $0,1491625\dots$ wird so gebildet, dass man nach dem Komma die Quadratzahlen nacheinander schreibt. Welche Ziffer steht auf dem 121. Platz nach dem Komma?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

2. Wie viele positive Lösungen hat die Gleichung $x^6 - 7x^3 = 8$?

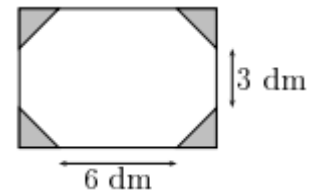
- (A) keine (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 6

3. Meine zwei neumodischen Wecker, die am Strom hängen, gehen mir langsam auf den Geist. Einer von ihnen geht pro Stunde um zwei Minuten nach, der andere geht pro Stunde um eine Minute vor. Gestern noch habe ich mir die Mühe gemacht und sie genau gleich eingestellt. Heute Morgen sind beide stehen geblieben, weil ich wohl einen Stromausfall hatte. Der eine Wecker zeigt genau 6:00 Uhr, der andere genau 7:00 Uhr.

Um wie viel Uhr hatte ich sie gestern genau eingestellt?

- (A) 9:00 Uhr (B) 8:20 Uhr (C) 10:40 Uhr (D) 7:30 Uhr (E) 9:50 Uhr

4. Durch Abschneiden von 4 kongruenten gleichschenkligen Dreiecken von einem rechteckigen Tischtuch erhalten wir das gewünschte, in der Abbildung dargestellte 8-eckige Tuch, das einen Flächeninhalt von 62 dm^2 hat. Wie viel wurde von der rechteckigen Decke abgeschnitten?



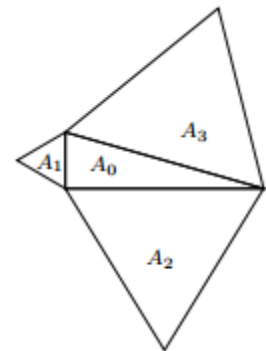
- (A) 8 dm^2 (B) 12 dm^2 (C) 14 dm^2 (D) 16 dm^2
 (E) Das lässt sich aus den Angaben nicht ermitteln.

5. Welche der untenstehenden Zahlen ist eine der Variablen in der Lösung des folgenden Gleichungssystems?

$$\begin{cases} \log_2(x + y) - \log_2(x - y) = 1 \\ x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$$

- (A) 5 (B) 3,75 (C) 0,5 (D) 1,4 (E) 2,5

6. Die Flächeninhalte der vier Dreiecke in der Abbildung sind A_0 , A_1 , A_2 und A_3 . Das Dreieck mit dem Flächeninhalt A_0 ist rechtwinklig, die anderen sind gleichseitig. Dann gilt sicher:



- (A) $A_1^2 + A_2^2 = A_3^2$
 (B) $A_1 + A_2 = A_3$
 (C) $A_1 + A_2 + A_3 = 3A_0$
 (D) $A_1 + A_2 = \sqrt{2}A_3$
 (E) $3A_0 + 2A_1 = A_2 + A_3$

7. Im Sommercamp wollen 10 der Teilnehmer Volleyball spielen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten, 2 Mannschaften mit je 5 Spielern zu bilden, gibt es, wenn Thomas in derselben Mannschaft wie Karla, und Eva in einer anderen als Peter spielen möchte?

- (A) 15 (B) 30 (C) 50 (D) 56 (E) 210

8. Wie groß ist die Summe aller Lösungen der folgenden Gleichung?

$$|2 - x| + |3 - x| = 10$$

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

9. Zwei benachbarten Seiten eines Rechtecks sind 18 und 24 cm lang. Ein (paralleles) Seitenpaar wird um das Doppelte geändert, wie das andere Seitenpaar, und so hat man ein Quadrat bekommen. Wie viele verschiedene Werte kann der Umfang des Quadrates haben?

- (A) es gibt keine Lösung (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

10. Ein Multiple-Choice-Test besteht aus 25 Aufgaben mit jeweils 5 Antworten, von denen nur jeweils eine richtig ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit (in Prozent) kann man durch bloßes Raten genau 9 von den 25 Aufgaben richtig beantworten?

- (A) 0,014 % (B) 1,7 % (C) 8,5 % (D) 2,9 % (E) 2,1 %

11. Von den natürlichen Zahlen, die kleiner als 1000 sind, haben wir die weggelassen, die in ihrer Ziffernfolge Primzahlen enthalten. Wie viele Zahlen sind so übriggeblieben?

- (A) 180 (B) 215 (C) 300 (D) 333 (E) 500

12. Die Grundfläche eines zylinderförmigen Glases mit der Höhe von 4 dm hat einen Durchmesser von 6 dm. Auf der Mantelfläche sitzt eine Ameise in einer Höhe von 1 cm. Auf der inneren Glasfläche, 1 cm unter dem Rand, möglichst weit von der Ameise entfernt, befindet sich ein Tropfen Honig. Wie viel cm muss die Ameise mindestens zurücklegen, um den Tropfen zu erreichen? (Die Dicke des Glases soll dabei vernachlässigt werden.)

- (A) 102,0 (B) 102,4 (C) 103,5 (D) 133,5 (E) 134,2

13. Die Funktion f ist für die ganzen Zahlen folgendermaßen definiert:

$$f(n) = \begin{cases} n + 3, & \text{wenn } n \text{ ungerade ist} \\ \frac{n}{2}, & \text{wenn } n \text{ gerade ist} \end{cases}$$

Für die ungerade Zahl k gilt: $f(f(f(k))) = 27$. Bestimme die Quersumme von k .

- (A) 9 (B) 6 (C) 3 (D) 2 (E) es gibt keine Lösung

14. Der Quotient aus der Summe der ersten positiven geraden n Zahlen und aus der Summe der ersten n positiven ungeraden Zahlen ist $\frac{101}{100}$. Wie groß ist n ?

- (A) 50 (B) 100 (C) 150 (D) 200 (E) Ist aus diesen Daten nicht zu bestimmen.

15. Eine dreiseitige Pyramide wird durch drei zur Grundfläche parallele Ebenen in vier Teile mit der gleichen Höhe zerlegt. Das Volumenverhältnis des kleinsten und des größten Teiles ist:

- (A) 1:37 (B) 9:16 (C) 27:64 (D) 161:225 (E) Keines von diesen Verhältnissen.

16. Schildkröte Franz ist zweieinhalbmal so schnell wie Schnecke Wilma. Bei einem 100-m-Rennen kommen sie gleichzeitig durchs Ziel. Wie groß war der Vorsprung, den Franz Wilma zugestanden hatte?

- (A) 25 m (B) 50 m (C) 60 m (D) 66 m (E) 80 m

17. Welche der folgenden Funktionen hat die Eigenschaften (1) bis (3)?

(1) $f(x)$ ist für alle $x \geq 0$ definiert.

(2) Es gilt $f(x) \geq -2$ für alle $x \geq 0$.

(3) Es gibt eine reelle Zahl x , $x \geq 0$, mit $f(x) = -2$.

(A) $f(x) = |x - 2|$

(D) $f(x) = x^2 - x - 2$

(B) $f(x) = x^2 - 2x - 1$

(C) $f(x) = \frac{1-3x}{x}$

(E) $f(x) = |x + 2| - 2$

18. Für den Bau eines Brunnens wird eine Bohrung durchgeführt. Dabei kostet der erste Meter 15 Euro und jeder weitere 5 % mehr als der vorhergehende.

Wie hoch werden die Gesamtkosten für eine Bohrtiefe von 40 m?

- (A) ca.1812 € (B) ca.100 € (C) ca.2543 € (D) ca.386 € (E) ca.1540 €

19. Wie weit ist die Raumdiagonale eines Würfels mit der Kantenlänge a von einem Eckpunkt des Würfels, der nicht auf dieser Raumdiagonale liegt, entfernt?

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ (B) $\frac{\sqrt{6}}{2}a$ (C) $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{2}a$ (E) keine von diesen Antworten.

20. Das erste, dritte und fünfte Glied einer geometrischen Folge bilden in dieser Reihenfolge das erste, vierte und sechzehnte Glied einer arithmetischen Folge. Wie viele solche geometrischen Folgen gibt es, wenn wir wissen, dass das fünfte Glied der arithmetischen Folge 5 ist?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4