

Deutschsprachiger Wettbewerb

2016 / 2017

Mathematik

1. Runde

Jahrgang 10



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren Taschenrechner und Ihr Tafelwerk benutzen.

Sie haben 75 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Erfolg!

1. Wie sieht der folgende Bruch in gekürzter Form aus ($|a| \neq 1$)?

$$\frac{1 - \frac{a^2}{a^2 - 1}}{2 + \frac{3a - 1}{1 - a}}$$

- (A) $3a + 1$ (B) $\frac{3}{(a-1)^2}$ (C) $\frac{1}{3a-1}$ (D) $\frac{1}{(a+1)^2}$ (E) $2 - a$

2. In einem konvexen Viereck stehen die Diagonalen senkrecht aufeinander. Drei Seiten des Vierecks sind 1; 5; 7 Längeneinheiten lang (in dieser Reihenfolge). Wie lang ist die vierte Seite?

- (A) 6 (B) 5 (C) 8 (D) 10 (E) 7

3. Gegeben sind zwei Mengen A und B. Die Menge, die alle Elemente beider Mengen enthält, heißt

- (A) Vereinigungsmenge (C) Differenzmenge (E) Schnittmenge
(B) leere Menge (D) Komplementärmenge

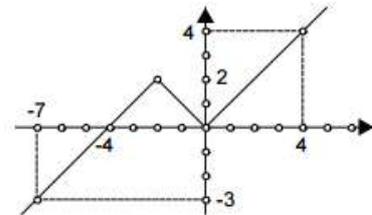
4. Es sei k ein Einheitskreis. In k sollen drei gleich große Kreise einbeschrieben werden, die sowohl einander als auch den Kreis k berühren! Wie groß ist der Radius dieser einbeschriebenen Kreise?

- (A) $\sqrt{2} - 1$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $2\sqrt{3} - 3$ (D) $1 - \sqrt{3}$ (E) 0,5

5. Wie liest man den folgenden Ausdruck? $((x - 5)^2 + x^3)^5$

- (A) Klammer auf x minus fünf Klammer zu hoch zwei plus x hoch drei Klammer zu hoch fünf
 (B) Klammer hoch Klammer hoch x minus fünf Klammer zu hoch zwei plus x hoch drei Klammer zu hoch fünf
 (C) Klammer auf Klammer auf x minus fünf Klammer zu hoch zwei plus x hoch drei Klammer zu hoch fünf
 (D) Klammer auf Klammer auf x minus fünf Klammer zu hoch zwei plus x hoch drei Klammer zu hoch fünf
 (E) Klammer auf Klammer auf x plus fünf Klammer zu hoch zwei minus x hoch drei Klammer zu hoch fünf

6. Der Graph der Funktion f , die für alle reellen Zahlen definiert ist, besteht aus einer Strecke und zwei Halbgeraden (siehe Abbildung). Was ist die Menge aller Zahlen x , für die $f(f(f(x))) = 0$ gilt?



- (A) $\{-4; 0\}$ (C) $\{-12; -8; -4; 0\}$ (E) $\{-16; -12; -8; -4; 0\}$
 (B) $\{-8; -4; 0\}$ (D) \emptyset

7. Wie viele Teilmengen hat die Menge $\{1; 2; 3; \dots; 500\}$, in denen sowohl 1 als auch 2 als Elemente enthalten sind?

- (A) 498 (B) 500^2 (C) 2 (D) 2^{498} (E) 498^2

8. Für wie viele ganze Zahlen n ist der Ausdruck $\frac{2n+7}{n-3}$ auch eine ganze Zahl?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

9. Welcher ist das Kuckucksei?

- (A) Tangente (B) Durchmesser (C) Sehne (D) Kathete (E) Sekante

10. Herr Bohne braucht 90 Sekunden, um eine Rolltreppe hinaufzugehen, wenn sie ausgeschaltet ist. Wenn sie eingeschaltet ist, braucht er 60 Sekunden, um hinaufzukommen, wenn er nur ruhig darauf steht. Wie viele Sekunden braucht er, wenn sie eingeschaltet ist und er hinaufgeht?

- (A) 36 (B) 75 (C) 45 (D) 30 (E) 50

11. Ein Hotel ist in den drei Sommermonaten zu 88% ausgelastet und in den restlichen Monaten zu 45%. Wie hoch ist die Auslastung des Hotels über das ganze Jahr?

- (A) 111,5% (B) 66,5% (C) 55,75% (D) 44,6% (E) 90%

12. Der Mittelpunkt des Umkreises eines Dreiecks ist der

- (A) Schnittpunkt der Höhen (D) Schnittpunkt der Seitenhalbierenden
 (B) Schnittpunkt der Winkelhalbierenden (E) Schnittpunkt der Mittellinien
 (C) Schnittpunkt der Mittelsenkrechten

13. Wie groß ist die Summe aller dreistelligen positiven ganzen Zahlen, die nur aus ungeraden Ziffern bestehen?

- (A) 125 (B) 3125 (C) 13875 (D) 69375 (E) 346875

14. Wie groß sind die letzten zwei Ziffern der Zahl 2^{2016} ?

- (A) 88 (B) 72 (C) 48 (D) 44 (E) 36

15. Wie viele Lösungen hat die Gleichung $||1 - x^2| - 3| = 2$?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

16. Ein quadratisches Blatt Papier wurde zweimal zusammengefaltet. Dann schneidet man die schwarzgefärbten Teile aus (siehe Abbildung):

nach der ersten Faltung



nach der zweiten Faltung

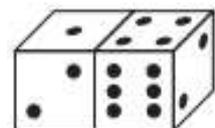


Welche Figur entsteht, wenn man das Blatt wieder entfaltet?

- (A) (B) (C) (D) (E)

17. Unten sind zwei gewöhnliche Spielwürfel abgebildet. Wie viele Punkte auf den beiden Würfeln sind in dieser Abbildung nicht zu sehen?

- (A) 15 (B) 12 (C) 7 (D) 27 (E) eine andere Zahl

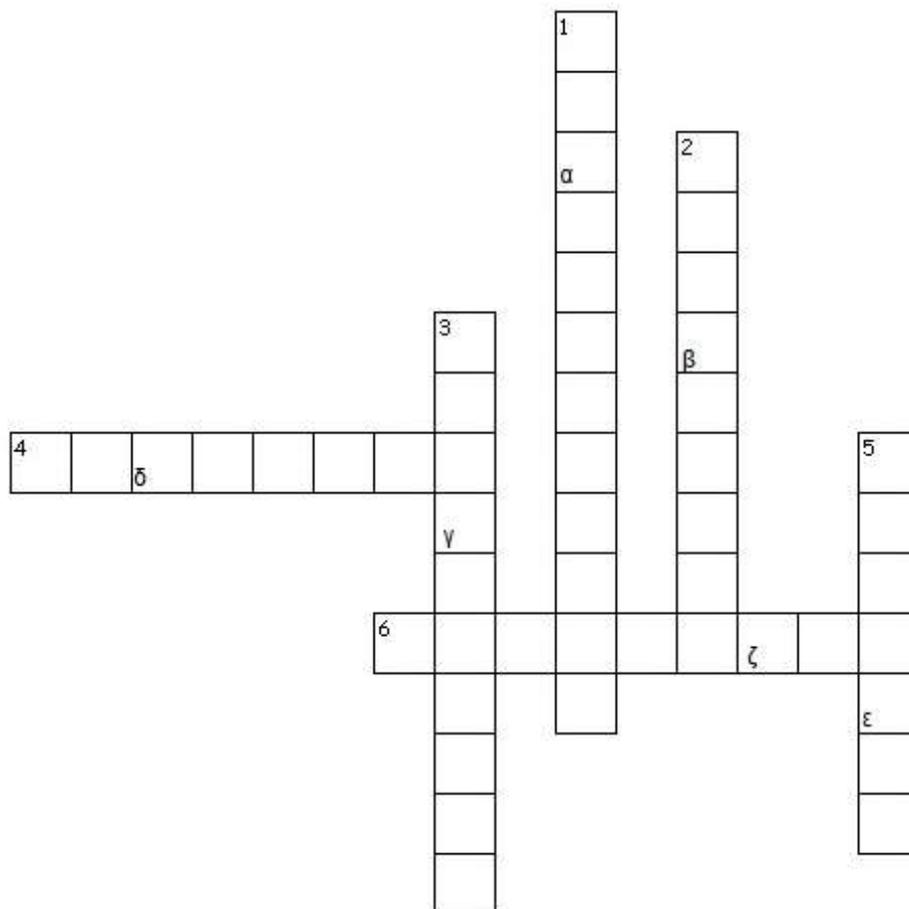


18. Welcher der folgenden Ausdrücke ist der Kehrwert der Zahl $4 - 2\sqrt{3}$?

- (A) $4 + 2\sqrt{3}$ (B) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{4-2\sqrt{3}}{4}$ (D) $\frac{4+\sqrt{3}}{2}$ (E) $\sqrt{3} - 2$

19. Welche Buchstaben stehen für die griechischen Buchstaben in dem Kreuzworträtsel?

1. Den gemeinsamen Punkt zweier Geraden nennt man ...
2. Eine Linie, die quer durch ein Rechteck verläuft, nennt man ...
3. Eine Gerade, die einen Anfangspunkt, aber keinen Endpunkt hat, nennt man ...
4. Wenn sich zwei Geraden in einer Ebene nicht schneiden, dann sind sie ...
5. Einen Winkel zwischen null und neunzig Grad nennt man ... Winkel.
6. Wenn zwischen zwei Geraden ein rechter Winkel ist, dann stehen sie ... zueinander.



- (A) α : H, β : J, γ : B, δ : R, ε : C, ζ : Z
 (B) α : N, β : G, γ : B, δ : R, ε : C, ζ : Z
 (C) α : H, β : G, γ : P, δ : R, ε : Z, ζ : C
 (D) α : H, β : G, γ : B, δ : R, ε : Z, ζ : C
 (E) α : N, β : G, γ : P, δ : R, ε : C, ζ : C

20. Es gibt 79 nicht unbedingt verschiedene ganze Zahlen, deren Summe 2000 beträgt. Wenn k der größte gemeinsame Teiler dieser Zahlen ist, dann ist der maximale Wert von k :

- (A) 1 (B) 16 (C) 20 (D) 25 (E) 40