

Deutschsprachiger Wettbewerb

2018 / 2019

Mathematik

1. Runde

Jahrgang 11



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren Taschenrechner und Ihr Tafelwerk benutzen.

Sie haben 90 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Erfolg!

1. Josef hat 100 Mäuse, die jeweils entweder weiß oder grau sind. Mindestens eine Maus ist grau. Fängt er sieben seiner Mäuse ein, so sind darunter immer mindestens vier weiße Mäuse. Wie viele graue Mäuse kann Josef höchstens haben?

- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 93 (E) 99

2. Wir wissen, dass $4^x = 9$ und $9^y = 256$ ist. Welchen Wert hat das Produkt xy ?

- (A) 2006 (B) 48 (C) 36 (D) 10 (E) 4

3. Mit welchem Wert ist der folgende Bruch identisch?

18 Ziffern

$$\frac{9999 \dots 9999}{9999999999}$$

- (A) 9^9
 (B) $9^9 - 1$
 (C) 10^9
 (D) $10^9 + 1$
 (E) 10^{10}

4. Es sei 1; 4; 9; 16;... die Folge der Quadrate der positiven ganzen Zahlen. Die Zahl 10^8 kommt in der Folge vor. Welche der folgenden Zahlen folgt unmittelbar darauf in der Folge?

- (A) $(10^4 + 1)^2$ (C) $(10^5)^2$ (E) $(10^4)^2 + 1$
 (B) $(10^8 + 1)^2$ (D) $(10^8)^2$

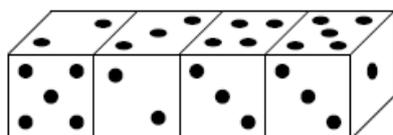
5. Welche der folgenden Funktionen ist gerade?

- (A) $f(x) = x^2 + x$ (C) $f(x) = x \cdot \cos x$ (E) $f(x) = x^3$
 (B) $f(x) = x^2 \cdot \sin x$ (D) $f(x) = x \cdot \sin x$

6. Für die Primzahlen a , b und c gilt: $a > b > c$. Weiterhin wissen wir, dass $a + b + c = 78$ und $a - b - c = 40$. Welchen Wert hat das Produkt abc ?

- (A) 590 (B) 1062 (C) 1239 (D) 2006 (E) 2019

7. Die vier abgebildeten Würfel sind zwar keine Spielwürfel, was bedeutet, dass die Summe der Punkte der gegenüberliegenden Flächen nicht 7 sein muss, aber sie sind untereinander identisch. Wie groß ist dann die Summe der Punkte auf den 6 Würfelseiten, die einander berühren (Gemeint sind damit die Seitenflächen zwischen dem ersten und dem zweiten, dem zweiten und dem dritten, dem dritten und dem vierten Würfel)?

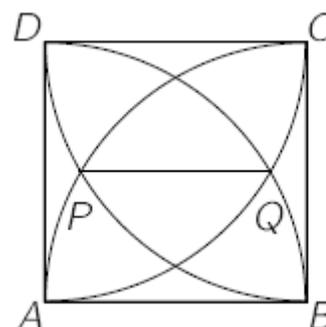


- (A) 19 (D) 24
 (B) 20 (E) 25
 (C) 22

8. ABCD ist ein Quadrat der Seitenlänge 1. Um A, B, C bzw. D werden Viertelkreise mit dem Radius 1 gezeichnet, wobei als Schnittpunkte P und Q entstehen (siehe Zeichnung).

Wie lang ist \overline{PQ} ?

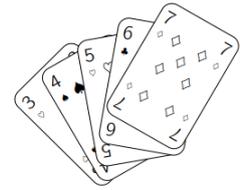
- (A) $2 - \sqrt{2}$ (C) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ (E) $\sqrt{3} - 1$
 (B) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$



9. Für den Balkon hat Marion Pflanzen gekauft: 3 verschiedenfarbige Stiefmütterchen und 6 verschiedenfarbige Primeln. In eine große Schale will sie 2 Stiefmütterchen und 4 Primeln pflanzen. Wie viele Möglichkeiten hat sie, diese aus den gekauften Pflanzen auszuwählen?

- (A) 24 (B) 30 (C) 45 (D) 60 (E) 96

10. Von den fünf abgebildeten Spielkarten nimmt Paula drei Karten und Dominic die beiden anderen. Jeder multipliziert die Werte seiner Karten. Die Summe der beiden Ergebnisse ist eine Primzahl. Was ist die Summe der drei Werte von Paulas Karten?



- (A) 12 (B) 13 (C) 15 (D) 17 (E) 18

11. Wie viele vierstellige positive ganze Zahlen gibt es im Zehnersystem, die durch 25 teilbar sind und in denen keine ihrer Ziffern größer als fünf ist?

- (A) 36 (B) 72 (C) 90 (D) 108 (E) 120

12. Wählen Sie die Summe der Lösungen der folgenden Gleichung aus.

$$9^{|3-|x||} = 81$$

- (A) -6 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 6

13. Welche Gleichung ist nicht auf eine quadratische Gleichung zurückzuführen?

- (A) $\lg x^3 + \lg^2 x = 6$ (D) $3 \cdot 2^x - 4 \cdot 0,5^x + 7 = 0$
 (B) $2^{x+2} + 2^{2x} - 49 = 0$ (E) $\lg x^2 + \frac{2}{\lg^2 x} - 1 = 0$
 (C) $x^6 + y^6 = 4x^3y^3$

14. In der Gruppe der Champions League ist der Spielstand nach zwei Runden wie folgt:

1. Manchester United	2	1	1	-	5-2	4
2. Barcelona	2	1	1	-	3-1	4
3. Galatasaray	2	1	-	1	3-5	3
4. Schalke 04	2	-	-	2	1-4	0

(Dabei bedeuten die Angaben nach dem Namen in der Reihenfolge ihres Auftretens: die Anzahl der absolvierten Spiele, der Siege, der Unentschieden, der Niederlagen, die Tordifferenz [Anzahl der geschossenen und der erhaltenen Tore] und die Punktzahl. Für einen Sieg bekommt man 3 Punkte, für ein Unentschieden 1 und für eine Niederlage 0 Punkte.) Welches Ergebnis ist richtig?

- (A) Galatasaray – Barcelona 2 : 5
 (B) Barcelona – Schalke 2 : 0
 (C) Manchester United – Galatasaray 5 : 1
 (D) Galatasaray – Schalke 3 : 1
 (E) Barcelona – Manchester United 2 : 2

15. Der Kraftstoffverbrauch eines PKW hängt bekanntlich von der Geschwindigkeit ab. Durch Messungen wurde der funktionale Zusammenhang ermittelt.

Es gilt: $K(v) = 0,002v^2 - 0,18v + 8,55$ für $v > 40$

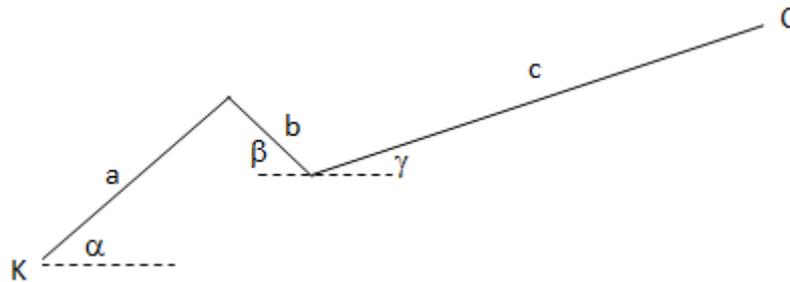
Dabei bedeutet $K(v)$ der Kraftstoffverbrauch in Liter/100km und v die Geschwindigkeit in km/h. Wie viel Liter beträgt der kleinstmögliche Kraftstoffverbrauch?

- (A) 2,7 (B) 3,5 (C) 4 (D) 4,5 (E) 5,1

16. Die Differenz der natürlichen Zahlen m und n beträgt 12. Welche Zahl muss man zu dem Produkt der beiden Zahlen addieren, damit man stets eine Quadratzahl erhält?

- (A) 36 (B) 38 (C) 41 (D) 45 (E) 49

17. Die Abbildung stellt eine Geländelaufbahn dar. Wie ist der Höhenunterschied zwischen dem Startpunkt K und dem Ziel C zu berechnen?



- (A) $a \cdot \sin \alpha - b \cdot \cos \beta + c \cdot \sin \gamma$ (D) $a \cdot \cos \alpha - b \cdot \cos \beta + c \cdot \cos \gamma$
 (B) $a \cdot \sin \alpha - b \cdot \sin \beta + c \cdot \sin \gamma$ (E) $\frac{a}{\sin \alpha} - \frac{b}{\sin \beta} + \frac{c}{\cos \gamma}$
 (C) $a \cdot \cos \alpha - b \cdot \sin \beta + c \cdot \cos \gamma$

18. Bestimmen Sie den genauen Wert des folgenden Ausdrucks:

$$\sqrt[8]{7 + 4\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{2 - \sqrt{3}}$$

- (A) -1 (C) $\sqrt[8]{3}$ (E) $\sqrt[4]{(2 - \sqrt{3})^2}$
 (B) 1 (D) $\sqrt[4]{3}$

19. Welcher Ausdruck von den unten aufgelisteten ist mit dem folgenden Term identisch?

$$n! \cdot [(n+2)! - (n+1)!]$$

- (A) $[(n-1)!]^2$ (C) $[n!]^2$ (E) $[(n-1)^2]!$
 (B) $[(n+1)!]^2$ (D) $(n^2 - 1)!$

20. Berechne c und a so, dass das Schaubild (der Funktionsgraph) von $x \rightarrow c \cdot a^x$ durch die Punkte P(2; 1,8) und Q(3; 2,7) geht!

- (A) $a = 1,5$ $c = 0,8$ (C) $a = 1,7$ $c = 0,5$ (E) $a = 1,3$ $c = 0,6$
 (B) $a = 2,3$ $c = 1,5$ (D) $a = 1,8$ $c = 0,9$