Deutschsprachiger Wettbewerb

2018 / 2019

Mathematik

1. Runde

Jahrgang 12

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren Taschenrechner und Ihr Tafelwerk benutzen.

Sie haben 90 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Erfolg!

1. Der Winkel β ist um 25% kleiner als γ und um 50% kleiner als α. Um wieviel Prozent größer ist α als γ?

(A) 25 (B) 50 (C) 75 (D) 100 (E) 125

2. Ein PC druckt nacheinander die siebenten Potenzen der positiven ganzen Zahlen aus $(1^7, 2^7, 3^7, 4^7, \dots)$. Wie viele Zahlen werden zwischen 5^{21} und 2^{49} ausgedruckt?

(A) 13 (B) 8 (C) 5 (D) 3 (E) 2

3. Wie lautet die Lösungsmenge der Ungleichung $2^{4^x} < 4^{2^x}$?

(A) $]-\infty; 1[$
(B) $]0; 1[$
(C) $]0; \infty[$
(D) $\mathbb{R}$
(E) $]-\infty; 1[\cup]1; \infty[$

4. Wie viele ganze Lösungen hat dieses Ungleichungssystem?

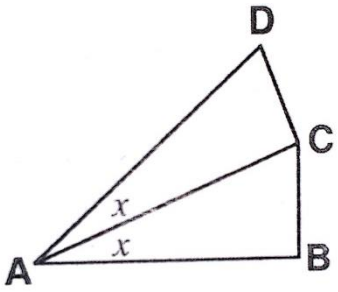
$$\frac{1}{5} \leq \frac{7}{n} \leq \frac{1}{3}$$

(A) 2 (B) 14 (C) 15 (D) 21 (E) 35

5. Der Graph welcher der folgenden Funktionen ist symmetrisch zur y-Achse?

(A) $f(x) = x^2 + x$
(B) $f(x) = x^2 \sin x$
(C) $f(x) = x \cos x$
(D) $f(x) = x \sin x$
(E) $f(x) = x^3$

6. In den zwei ähnlichen Dreiecken ABC und ACD sind die Winkel $ABC\measuredangle$ und $ACD\measuredangle$ beide 90° (siehe Abbildung). Die Winkel der zwei Dreiecke in Punkt A (siehe Abbildung) werden mit x bezeichnet. Welchen Wert hat die Strecke AD in cm, wenn $AB = 1$ cm?



(A) $\cos x + \operatorname{tg} x$
(B) $\frac{1}{\cos 2x}$
(C) $\cos^2 x$
(D) $\cos 2x$
(E) $\frac{1}{\cos^2 x}$

7. „Jedes Jahr 355 Sonnentage!“, liest Peter in der Anzeige eines Hotels. Er beschließt, im Jahr 2019 dort Urlaub zu machen. Wie viele zusammenhängende Tage muss er – wenn man der Werbung glaubt – dort mindestens verbringen, um garantiert zwei aufeinanderfolgende Sonnentage dabei zu haben?

(A) 7 (B) 11 (C) 21 (D) 22 (E) 25

8. Wie viele reelle Parameter p gibt es, wenn die Gleichung $x^2 + px + 2019 = 0$ zwei verschiedene ganze Lösungen hat?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8
(E) Keine dieser Lösungen ist richtig.

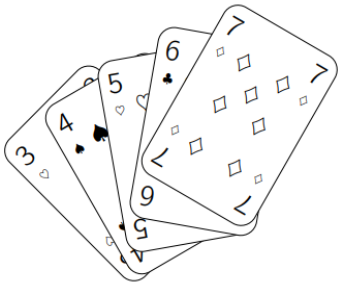
9. Wie groß ist der spitze Winkel einer Raute (Rhombus), deren Seitenlänge das geometrische Mittel der zwei Diagonalen ist?

(A) 15° (B) 30° (C) 45° (D) 60° (E) 75°

10. Die Anzahl der ganzen Zahlen *x*, für die $\frac{6}{x+1}$ auch eine ganze Zahl ist, ist …

(A) 8
(B) 4
(C) 3
(D) 2
(E) 0

11. Von den fünf abgebildeten Spielkarten zieht Julia drei Karten und Jan bekommt die beiden anderen. Jeder multipliziert die Werte seiner Karten, das größere Produkt gewinnt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist Jan der Sieger?



(A) 0
(B) 0,05
(C) 0,1
(D) 0,5
(E) 1

12. Für welchen Wert von a ist die Gerade durch die Punkte $P(2; 7a - 2)$ und $Q(7; 11a + 6)$ parallel zur x-Achse?

(A) – 4 (B) – 2 (C) 0 (D) 2 (E) 4

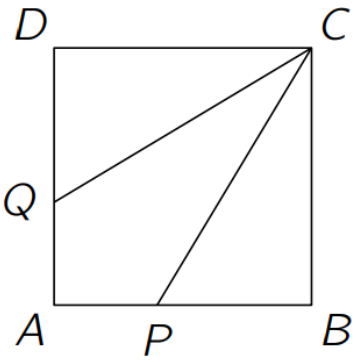
13. Mit den fünf Ziffern 1, 2, 3, 4 und 5 will Bea drei Primzahlen aufschreiben, die alle kleiner als 60 sind. Sie benutzt jede der fünf Ziffern genau einmal. Für die Wahl der drei Primzahlen gibt es mehr als nur eine Möglichkeit. Welche Primzahl ist in jedem Fall dabei?

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 31 (E) 41

14. Anna wählt zufällig eine Zahl aus der Menge {3; 4; 6; 9; 27}. Bodo wählt zufällig eine Zahl aus der Menge {5; 6; 9; 27}. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Produkt der so gewählten Zahlen keine Potenz von 3 ist?

(A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{7}{10}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{4}{5}$

15. Ein Quadrat ABCD hat die Seitenlänge 15 cm. Auf den Seiten AB und AD liegen die Punkte P und Q so, dass die Strecken CP und CQ das Quadrat in drei Teile mit demselben Flächeninhalt zerlegen (Abbildung nicht maßstabsgerecht). Wie lang ist die Strecke PC?



(A) 10 cm
(B) $5\sqrt{13}$ cm
(C) 18 cm
(D) $6\sqrt{10}$ cm
(E) 20 cm

16. $a + \sqrt{b} = \sqrt{11 + \sqrt{72}}$, wobei a und b positive ganze Zahlen sind. Wie groß ist dann $a^2 + b^2$?

(A) 83 (B) 11 (C) 13 (D) 38 (E) 76

17. Für die positive reelle Zahl a gilt die Gleichung $a^2 + \frac{1}{a^2} = 4$.

Welchen Wert hat der Ausdruck $a^3 + \frac{1}{a^3}$?

(A) $4\sqrt{6}$ (B) $3\sqrt{6}$ (C) 6 (D) $5\sqrt{6}$ (E) $6\sqrt{6}$

18. Gegeben sind 4 Folgen. Wie viele von diesen Folgen sind arithmetische Folgen?

$$a_n = -12n - 3;\ b_n = \cos(n\pi);\ c_n = \lg(3 \cdot 10^n);\ d_n = n^2 + 2$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

19. Für eine Funktion f gilt: $f(0) = 0$ und $f(n+1) = f(n) + n + 1$, wobei für n nur natürliche Zahlen eingesetzt werden dürfen. Bestimme $f(89)$.

(A) 3916 (B) 4004 (C) 4005 (D) 4094 (E) 4095

20. Auf einem 8x8 großen Schachfeld verwandelt die Spaltenfee mit einem Zauber in einer Spalte jedes einzelne Feldstück in die andere Farbe. Die Reihenfee macht dasselbe in einer Reihe. Für diesen Zauber braucht eine Spaltenfee 3 Zauberpunkte, aber eine Reihenfee braucht dafür 12 Zauberpunkte. Mit welchem von den unten genannten Zauberpunkten ist es möglich, das ganze Schachfeld in Schwarz zu verwandeln, wenn die Feen alle ihre Zauberpunkte verbrauchen?

(A) 63 (B) 100 (C) 144 (D) 2018 (E) 2019