

Deutschsprachiger Wettbewerb

2019 / 2020

Mathematik

1. Runde

Jahrgang 3



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren *Taschenrechner* und Ihr *Tafelwerk* benutzen.

Sie haben 75 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß

1. Gegeben sind zwei Teilmengen der Menge $H = \{1; 2; 3; \dots; 100\}$: in der Menge A sind die durch 15 teilbaren Zahlen, in der Menge B die durch 18 teilbaren. Welche der folgenden Mengen hat die größte Mächtigkeit (Anzahl der Elemente)?

- (A) $A \cap B$ (B) $A \setminus B$ (C) $B \setminus A$ (D) $H \setminus (A \cup B)$ (E) $A \cup B$

2. Welches Gesetz ist richtig formuliert?

(A) Der Logarithmus eines Produktes lässt sich als Summe der Logarithmen der einzelnen Faktoren schreiben.

(B) Der Logarithmus einer Summe lässt sich als Produkt der Logarithmen der einzelnen Faktoren schreiben.

(C) Das Produkt zwei Logarithmen lässt sich als Summe der Logarithmen der einzelnen Faktoren schreiben.

(D) Der Logarithmus einer Potenz lässt sich als Summe der Logarithmen der einzelnen Faktoren schreiben.

(E) Der Logarithmus eines Produktes lässt sich als Produkt der Logarithmen der einzelnen Faktoren schreiben.

3. Gegeben sei die Funktion $f: [-1; 5] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -\sqrt{x^2 - 6x + 9}$. Welche Aussage ist unter den folgenden falsch?

- (A) Der y-Achsenabschnitt der Funktion ist -3. (D) -6 gehört zum Wertebereich.
 (B) Der x-Achsenabschnitt der Funktion ist 3. (E) Keiner der Aussagen ist falsch.
 (C) Die Null ist ein Element des Definitionsbereichs.

4. Welche Zahl ist die GröÙte?

- (A) Das Produkt aus den ganzen Zahlen von 0 bis 99.
 (B) Das Produkt aus den ganzen Zahlen von -9 bis -1.
 (C) Das Produkt aus den ganzen Zahlen von -10 bis 10.
 (D) Das Produkt aus den ganzen Zahlen von -99 bis -8.
 (E) Das Produkt aus den ganzen Zahlen von -99 bis -9.

5. Zwei Dreiecke sind ..., wenn sie im Verhältnis der entsprechenden Seitenlängen übereinstimmen.

- (A) kongruent (C) deckungsgleich (E) ähnlich
 (B) äquivalent (D) gleichseitig

6. Petra half Kuchen backen. Sie hat den Hefeteig geknetet und mit einem Tuch zugedeckt. Das Volumen des Teigs wächst um 2% pro Minute. Wie viele Minuten hat sie den Teig ruhen gelassen, wenn er doppelt so groß wurde?

- (A) 25 (B) 30 (C) 33 (D) 35 (E) 40

7. Der genaue Wert des Terms $\log_3 \sqrt{\left(\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2 - \sqrt{3}}\right)^2}$ ist:

- (A) -1 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1 (E) Der Term ist nicht definiert.

8. Mit welchem Vokabelpaar sollte man den Satz ergänzen, um eine richtige Aussage zu bekommen?

Die und der Kreis haben einen gemeinsamen Punkt, den

- (A) Tangente ... Berührungspunkt (D) Passante ... Berührungspunkt
 (B) Tangente ... Tangentenpunkt (E) Sehne ... Tangentenpunkt
 (C) Sekante ... Schnittpunkt

9. Wie groß ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 8! und 9! ?

- (A) 72! (B) 72 (C) 9! (D) 8! (E) Keine der Antworten.

10. Welche Gleichung hat als Lösung $x = (2k + 1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$?

- (1.) $\sin x = 1$ (2.) $\sin x = -1$ (3.) $\sin^2 x = 1$

- (A) Nur die Gleichung 1. (C) Nur die Gleichung 3. (E) Keine der Gleichungen.
 (B) Nur die Gleichung 2. (D) Mehrere der Gleichungen.

11. Gegeben ist ein regelmäßiges Dreieck mit seinen um- und einbeschriebenen Kreisen. Die Flächeninhalte des umbeschriebenen Kreises, des Dreiecks und des einbeschriebenen Kreises verhalten sich wie

- (A) $4 : 2 : 1$ (C) $4\pi : \frac{3\sqrt{3}}{2} : \pi$ (E) $2\pi : 3\sqrt{3} : \pi$
 (B) $2\pi : \frac{3\sqrt{3}}{2} : \pi$ (D) $4\pi : 3\sqrt{3} : \pi$

12. Welchen Wert hat der Ausdruck $\log_y x$, wobei x und y die Lösungen des folgenden Gleichungssystems sind: $\begin{cases} 2^{x+y} \cdot 5^{x+y} = 10\,000 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2 (E) 3

13. Welche Begründung ist falsch? „38754 ist durch 3 teilbar, weil...“

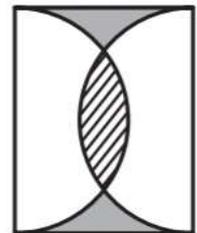
- (A) die Quersumme durch 3 teilbar ist. (D) $12918 \cdot 3 = 38754$ gibt.
 (B) die Summe der Ziffern durch 3 teilbar ist. (E) die aus den letzten zwei Ziffern gebildete Zahl durch 3 teilbar ist.
 (C) die Zahl durch 3 geteilt den Rest 0 gibt.

14. Vier Zuordnungsvorschriften sind aufgelistet. Sie werden im Koordinatensystem dargestellt. Wie viele der Zuordnungsvorschriften haben eine Halbgerade als Graph?

$$\begin{aligned} a(x) &= |x - 4|, \text{ wenn } x < 6 \\ b(x) &= \sqrt{(x + 1)^2}, \text{ wenn } x \leq -4 \\ c(x) &= 3, \text{ wenn } x \geq 7 \\ d(x) &= \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3}, \text{ wenn } x \geq -5 \end{aligned}$$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

15. Auf der Abbildung ist ein Rechteck zu sehen. Die längere Seite des Rechtecks ist 2 Längeneinheiten lang. Über diese Seiten wurde je ein Halbkreis innerhalb des Rechtecks gezeichnet. Die Schnittfläche der beiden Kreise (schraffierter Teil) und die Teilfläche des Rechtecks außerhalb der Halbkreise (grau gefärbte Fläche) sind gleich groß. Wie lang ist die kürzere Seite a des Rechtecks?



- (A) $a \leq 1,3$ (C) $1,4 < a \leq 1,5$ (E) $1,6 < a$
 (B) $1,3 < a \leq 1,4$ (D) $1,5 < a \leq 1,6$

16. Die Seitenflächen eines Würfels wurden grün bemalt. Dann wurde dieser Würfel in mehrere gleiche (kongruente) Würfel zerlegt. Unter den so entstandenen Würfeln gibt es genauso viele mit einer grünen Seitenfläche wie mit zwei grünen Seitenflächen. Die Anzahl der kleinen Würfel ist zwischen

- (A) 7 und 56 (B) 57 und 106 (C) 107 und 206 (D) mehr (E) keine von denen

17. Lösen Sie die folgende Gleichung in der Menge der natürlichen Zahlen: $\overline{xyz6} = \sqrt[3]{6^{x+y+z}}$. Das Produkt aus den Lösungen x , y und z ist:

- (A) 12 (B) 21 (C) 343 (D) 18 (E) eine andere Zahl

18. In der Schule sind am Ende des Tages nur noch fünf Schüler da. Einer von ihnen hat den Kuli von einem anderen gestohlen. Jeder Schüler teilt drei Aussagen mit, von denen genau zwei gelten, die dritte ist aber falsch. Wer ist der Täter?

- Gábor:* – Ich habe den Kuli nicht weggenommen.
 – Ich stehle nie.
 – Ferenc war es.
- Ferenc:* – Ich war es nicht.
 – Zsolt ist der Täter.
 – Gábor lügt, wenn er sagt, ich wäre es.
- Péter:* – Ich war es nicht.
 – Ich habe doch eigenen Kuli.
 – Zsolt weiß, wer der Täter ist.
- Dezső:* – Ich war es nicht.
 – Ich kenne Zsolt nur seit ein Paar Tagen.
 – Ferenc ist der Täter.
- Zsolt:* – Ich war es nicht.
 – Péter ist der Täter.
 – Dezső kann es beweisen, dass ich es nicht machte, da er mich schon lange kennt.

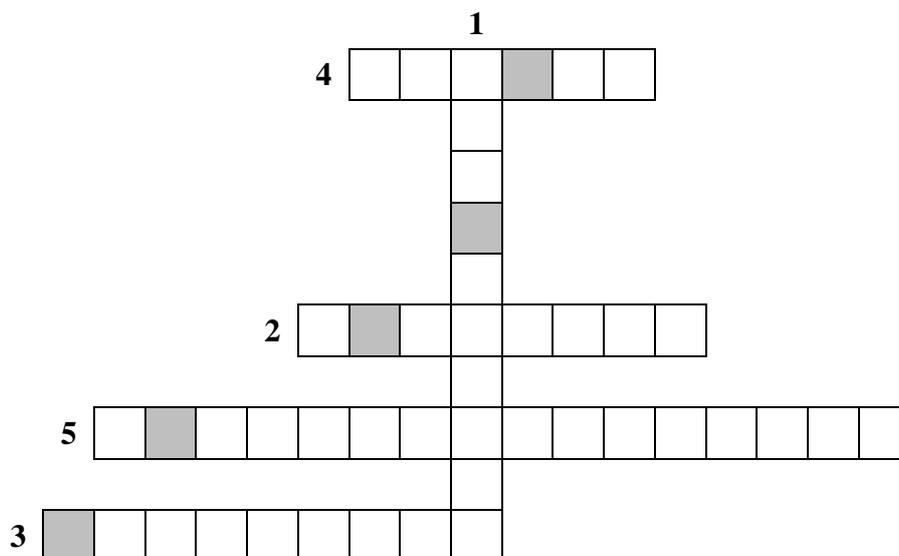
- (A) Gábor (B) Péter (C) Dezső (D) Ferenc (E) Zsolt

19. Wir bezeichnen mit n die Summe aller positiven Teiler von 1024. Welchen Wert hat dann das Produkt all dieser Teiler?

- (A) $(n - 1)^5$ (B) $(n + 1)^5$ (C) n^5 (D) $n^5 - 1$ (E) $n^5 + 1$

20. Welche Buchstaben stehen in den grauen Kästchen, wenn man sie von oben nach unten liest?

- 1 = Die längste Seite im rechtwinkligen Dreieck nennt man
- 2 = Die ganze Zahl, die durch zwei nicht teilbar ist, ist eine Zahl.
- 3 = Wenn man die Ziffern einer Zahl addiert, bekommt man die der Zahl.
- 4 = Das rechtwinklige Koordinatensystem besteht aus den x- und y-
- 5 = Das Verhältnis der Seiten im rechtwinkligen Dreieck kann man mit den beschreiben.
 z.B. $\sin\alpha$



- (A) SONIQ (B) MONIQ (C) SANIT (D) MAGIR (E) REMTI