

# Deutschsprachiger Wettbewerb

2019 / 2020

## Mathematik

1. Runde

Jahrgang 4



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren *Taschenrechner* und Ihr *Tafelwerk* benutzen.

Sie haben 75 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß

1. Die ..... und der Kreis haben einen gemeinsamen Punkt, den .....

- |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| (A) Sekante ... Schnittpunkt     | (D) Passante ... Berührungspunkt |
| (B) Tangente ... Tangentenpunkt  | (E) Sehne ... Tangentenpunkt     |
| (C) Tangente ... Berührungspunkt |                                  |

2. Welche Begründung ist falsch?

*38754 ist durch 3 teilbar, weil*

- |  |  |
|--|--|
| (A) die Quersumme durch 3 teilbar ist.         | (D) $12918 \cdot 3 = 38754$ gibt.  |
| (B) die Summe der Ziffern durch 3 teilbar ist. | (E) die aus den letzten zwei Ziffern gebildete Zahl durch 3 teilbar ist. |
| (C) die Zahl durch 3 geteilt den Rest 0 gibt.  |  |

3. Welche Behauptungen sind bei den zwei Vektoren  $\underline{e}(5;5)$  und  $\underline{f}(-1;7)$  über  $\underline{f} + \underline{e}$  und  $\underline{e} - \underline{f}$  richtig?

I. Sie sind senkrecht zueinander.

II. Sie sind gleich lang.

III. Der Neigungswinkel ist ein spitzer Winkel.

- |                                |   |
|--------------------------------|---|
| (A) Nur die erste Behauptung.  | (D) Mehrere Behauptungen sind richtig.  |
| (B) Nur die zweite Behauptung. | (E) Keine der Behauptungen ist richtig. |
| (C) Nur die dritte Behauptung. |   |

4. Die Gleichung eines Kreises ist gegeben:  $x^2 - 8x + y^2 + 4y + 4 = 0$ . Welche der unteren Behauptungen sind richtig?

I. Der Mittelpunkt ist  $(-4;2)$ .

II. Der Radius ist 4.

III. Die y-Achse ist die Tangente des Kreises.

(A) Die I. und II.

(C) Die II.

(E) Die II. und III.

(B) Die I.

(D) Die III.

5. Der Durchschnitt von 15 Zahlen ist 22. Nehmen wir noch eine Zahl dazu, wird der Durchschnitt der 16 Zahlen 20. Welche Zahl haben wir dazu genommen?

(A) -2

(B) -10

(C) 10

(D) -32

(E) -16

6. Der maximale Wert, den  $f(x) = |5 \cdot \sin^3 x - 3|$  für  $x \in \mathbb{R}$  annehmen kann, ist

(A) 2

(B) 3

(C)  $\pi$

(D)  $5\pi$

(E) 8

7. Welches Gesetz ist richtig formuliert?

(A) Der Logarithmus eines Produktes lässt sich als Summe der Logarithmen der einzelnen Faktoren schreiben.

(D) Der Logarithmus einer Potenz lässt sich als Summe der Logarithmen der einzelnen Faktoren schreiben.

(B) Der Logarithmus einer Summe lässt sich als Produkt der Logarithmen der einzelnen Faktoren schreiben.

(E) Der Logarithmus eines Produktes lässt sich als Produkt der Logarithmen der einzelnen Faktoren schreiben.

(C) Das Produkt zweier Logarithmen lässt sich als Summe der Logarithmen der einzelnen Faktoren schreiben.

8. Drei Kreise, die jeweils den Radius  $r$  haben, berühren einander, wie es die nebenstehende Zeichnung zeigt. Welchen Flächeninhalt hat A?

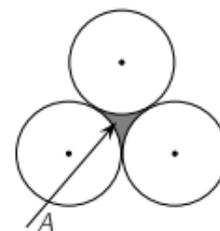
(A)  $(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\pi)r^2$

(D)  $(\sqrt{3} - \frac{3}{2})\pi r^2$

(B)  $(\frac{1}{2}\pi - \frac{1}{2}\sqrt{3})r^2$

(E)  $(\frac{1}{3}\pi - \frac{1}{2}\sqrt{3})r^2$

(C)  $\frac{1}{8}\pi r^2$



9. Aus den zwölf Punkten des abgebildeten Gitters werden zufällig drei ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese drei Punkte auf einer Geraden liegen?

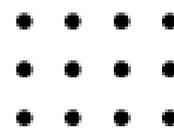
(A)  $\frac{1}{12}$

(B)  $\frac{1}{11}$

(C)  $\frac{1}{10}$

(D)  $\frac{1}{16}$

(E)  $\frac{1}{20}$



10. Auf wie viele Nullen endet das Produkt der ersten 2019 Primzahlen?

(A) 0

(B) 1

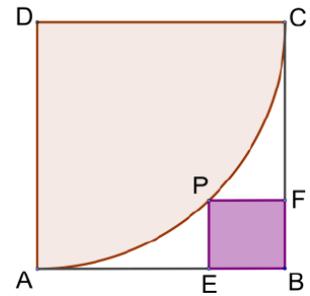
(C) 2

(D) 10

(E) 100

11. ABCD ist ein Quadrat und EBFP ist ein Rechteck. D ist der Mittelpunkt des Viertelkreises durch A, P und C. Es ist  $|AE| = 8$  cm und  $|FC| = 6$  cm. Hinweis: Die Zeichnung ist nicht maßstäblich! Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks EBFP?

- (A) 48                      (B) 36                      (C) 12                      (D) 8  
 (E) Mit diesen Angaben lässt sich der Flächeninhalt nicht berechnen.

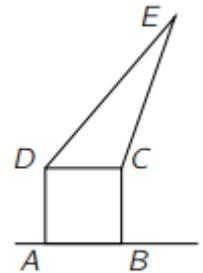


12. Für welche der folgenden Funktionen ist der zugehörige Graph symmetrisch bezüglich der y-Achse?

- (A)  $y = x^2 + x$                       (C)  $y = x \cdot \cos x$                       (E)  $y = x \cdot \sin x$   
 (B)  $y = x^2 \cdot \sin x$                       (D)  $y = x^3$

13. Das Quadrat ABCD hat die Seitenlänge 4 cm. Das Dreieck DCE hat denselben Flächeninhalt wie das Quadrat. Welchen Abstand hat E von der Geraden durch A und B?

- (A) 8 cm                      (C)  $10\sqrt{2}$  cm                      (E) Das hängt von  
 (B)  $(4 + \sqrt{3})$  cm                      (D) 12 cm                      der Lage von E ab.



14. Wenn  $\log_5(b) = \frac{2}{3}$  ist, dann ist  $\log_{25}(b^2) =$

- (A)  $\frac{2}{3}$                       (B)  $\frac{4}{3}$                       (C)  $\frac{4}{9}$                       (D)  $\frac{1}{3}$                       (E) Keiner dieser Werte.

15. Zwei Dreiecke sind ....., wenn sie im Verhältnis der entsprechenden Seitenlängen übereinstimmen.

- (A) kongruent                      (C) deckungsgleich                      (E) gleichseitig  
 (B) äquivalent                      (D) ähnlich

16. Was ist die Lösung der gegebenen Gleichung?

$$\log_{\sin x}(1 - \cos^2 x) = 2^{\sqrt{4-x^2}}$$

- (A)  $\pm\sqrt{3}$                       (C)  $-\sqrt{3}$                       (D) Es gibt keine Lösung.  
 (B)  $\sqrt{3}$                       (E) Es gibt unendlich viele Lösungen.

17. Balázs möchte in die beiden Leerstellen von 2 \_\_ 8 zwei Ziffern schreiben und dabei eine Zahl erhalten, die durch 6 teilbar ist. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?

- (A) 29                      (B) 30                      (C) 19                      (D) 20                      (E) 33

18. In einem Zimmer gibt es 5 Lampen, die unabhängig voneinander aus- und eingeschaltet werden können. Alle Lampen können in zwei Farben beleuchtet werden. Wie viele Arten der Beleuchtung gibt es insgesamt, wenn mindestens drei Lampen eingeschaltet sein müssen?

- (A) 32                      (B) 128                      (C) 192                      (D) 243                      (E) 16

19. Wie viele auf Papierscheine notierte Ziffern braucht man mindestens, wenn man mithilfe dieser Papierzettel alle fünf im Lotto ausgezogene Zahlen aufschreiben möchte? (Im Lotto gibt es die Zahlen von 1 bis 90.)

- (A) 58                      (B) 55                      (C) 50                      (D) 48                      (E) 44

20. Welche Buchstaben stehen in den grauen Kästchen, wenn man sie von oben nach unten liest?

1 = Die längste Seite im rechtwinkligen Dreieck nennt man .....

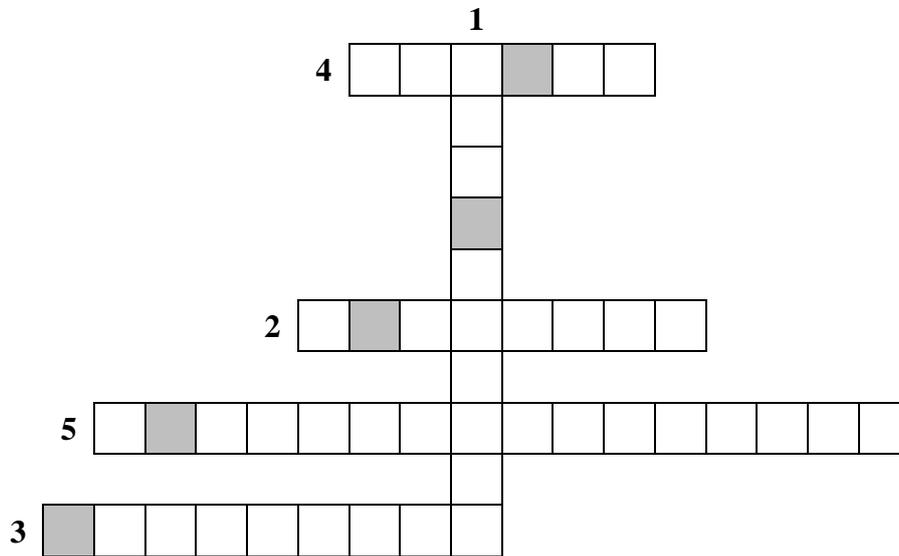
2 = Die ganze Zahl, die durch zwei nicht teilbar ist, ist eine ..... Zahl.

3 = Wenn man die Ziffern einer Zahl addiert, bekommt man die ..... der Zahl.

4 = Das rechtwinklige Koordinatensystem besteht aus den  $x$ - und  $y$ - .....

5 = Das Verhältnis der Seiten im rechtwinkligen Dreieck kann man mit den ..... beschreiben.

z.B.  $\sin\alpha$



- (A) M A G I R              (B) M O N I Q              (C) S A N I T              (D) S O N I Q              (E) R E M T I