Deutschsprachiger Wettbewerb
2019 / 2020
Mathematik
2. Runde
Jahrgang 11

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren *Taschenrechner* und Ihr *Tafelwerk* benutzen.

Sie haben 90 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß

1. Welchen Winkel bilden der kleine und der große Uhrzeiger um 9 h 20 min?

(A) 140° (B) 145° (C) 150° (D) 160° (E) 165°

2. Was ist der Wert von 3^x , wenn $9^x = 28 - 3^{x+1}$ gilt?

(A) $3^x = 4$ (C) $3^x = 3^4$ (E) $3^x = -4$ oder $3^x = 7$

(B) $3^x = 7$ (D) $3^x = 4$ oder $3^x = -7$

3. In einer Bakterienkultur wurden am Anfang N_0 Bakterien gezählt. Nach 2 Stunden sind es 800, nach weiteren 2 Stunden sind es 2500. Wir setzen ein exponentielles Wachstum voraus: In gleichen Zeitabschnitten wächst die Anzahl der Bakterien um den gleichen Faktor.
Die Anzahl der Bakterien 9 Stunden nach Beginn der Beobachtung liegt zwischen

(A) 7000 und 8000 (C) 41 000 und 42 000 (E) Es ist nicht möglich zu bestimmen.

(B) 24 000 und 25 000 (D) 43 000 und 44 000

4. Für die Funktion $f(x) = ax + b$ gilt, dass $f\left(f\left(f(1)\right)\right) = 29$ und $f\left(f\left(f(0)\right)\right) = 2$. Welchen Wert hat der Parameter *a*?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5. Richtig oder falsch?

- Die Potenzen von negativen ganzen Zahlen können sowohl positiv als auch negativ sein.
- Die Potenzen von ganzen Zahlen mit ganzen Exponenten sind immer ganz.
- Das Produkt der ganzen Zahlen von –1000 bis 1000 ist eine negative Zahl.

(A) R; F; F (B) R; R; F (C) R; R; R (D) F; R; R (E) F; F; R

6. Für welche ganzen Zahlen ist der Ausdruck $\frac{1}{log_{x+3}|x|}$ definiert?

(A) $\{x \in \mathbb{Z} | x \geq -3\}$

(B) $\{-2;\ -1; 0, 1, 2, 3, \dots\}$

(C) $\{x \in \mathbb{Z} | -3 < x, \text{aber } x \neq \pm 1\}$

(D) $\{x \in \mathbb{N} | x \geq 2\}$

(E) Für alle natürlichen Zahlen.

7. Welche der folgenden sechsstelligen Zahlen ist stets durch 7 teilbar, egal, welche Ziffern für *P* und *Q* eingesetzt werden?

(A) *QQPPQP* (B) *QPQPQP* (C) *PQPPQQ* (D) *QPPQQP* (E) *PPPQQQ*

8. Was ist der Wert von $\lg x + \lg y$, wenn folgende Gleichungen gelten:

$$3^x = \frac{1}{9} \quad \text{und} \quad \left(\frac{1}{5}\right)^y = 3125\ ?$$

(A) –7 (B) 0 (C) 1 (D) 10 (E) Keiner von den angegebenen Werten.

9. Im Dreieck *ABC* liegt der Punkt *E* auf der Seite *AB*. Man weiß, dass *AE* = *EB* = *EC* = 5 cm und *AC* = 8 cm. Wie lang ist die Seite *BC*?

(A) 4 cm (B) 4,5 cm (C) 5 cm (D) 5,5 cm (E) 6 cm

10. Die Masse eines Gefäßes und der Flüssigkeit im Gefäß zusammen ist 5 kg. Wenn man ein Fünftel der Flüssigkeit ausgießt, dann ist die Masse des Gefäßes und der verbliebenen Flüssigkeit 86% der Ausgangsmasse. Wie viel kg wiegt das Gefäß?

(A) 1 (B) 1,2 (C) 1,5 (D) 1,8 (E) 2

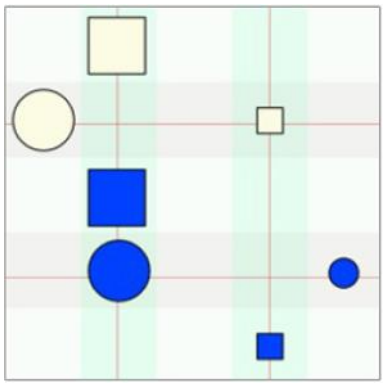
11. Die Zahlen 10839 und 11863 werden durch dieselbe dreistellige positive Zahl dividiert. Der Rest der Division ist in beiden Fällen dieselbe Zahl. Welche Zahl ist dieser Rest?

(A) 12 (B) 53 (C) 71 (D) 87 (E) 91

12. Die Zahl 2^{2020} hat *x* Stellen. Wie viele Stellen hat *x*?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

13. Alice und Thomas spielen an der Magnettafel im Klassenzimmer das Spiel „Richtig oder Falsch". Alice befestigt sieben verschiedene Magnete an der Tafel. Danach stellt sie Aussagen über die Form, die Farbe, die Größe und die Position der Magnete auf.
Eine Aussage ist richtig, die anderen sind falsch. Thomas muss herausfinden, welche Aussage richtig ist.



(A) Es gibt zwei Magnete: X und Y so, dass X schwarz, Y weiß ist und X über Y liegt.

(B) Es gilt für beliebig gewählte je zwei Magnete X und Y, wenn X ein Quadrat und Y ein Kreis ist, dann liegt X über Y.

(C) Es gilt für beliebig gewählte je zwei Magnete X und Y, wenn X klein und Y groß ist, dann liegt X rechts von Y.

(D) Es gilt für beliebig gewählte je zwei Magnete X und Y, wenn X weiß und Y schwarz ist, dann liegt X unter Y.

(E) Es gilt für beliebig gewählte je zwei Magnete X und Y, wenn X ein Kreis und Y auch ein Kreis ist, dann liegt X über Y.

14. Bestimme die Lösungsmenge der Ungleichung: $log_{\frac{1}{6}}(x^2-1) \leq log_{\frac{1}{6}}3$

(A) $x > 2$ (C) $]1;2]$ (E) $[-2;2]\backslash\{0\}$

(B) $\mathbb{R}\backslash]-2;2[$ (D) $-2 \leq x \leq -1$ oder $1 < x \leq 2$

15. Der Strahl aus der Ecke *B* des Dreiecks *ABC* schneidet die Seite *AC* im Punkt *D*. Der Winkel *CDB* und der Winkel *ABC* sind gleich groß. Es gilt *AD* = 7 und *DC* = 9. Wie lang ist die Strecke *BC*?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

16. Wie groß ist der Wert von $f(a)-f(-a)$, wenn $f(x)=2+\cos 3x$, wobei a eine beliebige reelle Zahl ist?

(A) $2\cos 3a$ (B) 0 (C) 2 (D) $4+\cos 6a$ (E) $4+2\cos 3a$

17. Ein Heißluftballon schwebt über dem Punkt T eines ebenen Geländes. Zwei Beobachter A und B stehen auf dem ebenen Gelände und sehen den Heißluftballon unter einem Steigungswinkel von 60° bzw. von 45°. (Die Größe der Beobachter ist vernachlässigbar.)
In welcher Höhe schwebt der Heißluftballon, wenn die Beobachter 500 m voneinander entfernt sind und der Winkel *ATB*∢ ein rechter Winkel ist.

(A) 250 m (B) ca. 144 m (C) ca. 274 m (D) ca. 387 m (E) ca. 433 m

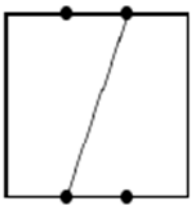
18. Zwei Biber arbeiten in einer Bäckerei. Susanne, die Bäckerin nimmt gleichzeitig 3 Brezeln aus dem Ofen heraus. Danach hängt sie von rechts nach links zuerst eine A-, dann eine B- und am Ende eine O-förmige Brezel auf einen Stock.
Peter, der Verkäufer verkauft immer eine Brezel, die auf der rechten Seite hängt. Susanne bäckt die Brezeln schneller, als sie Peter verkauft. Wie viele Brezeln hat Peter schon mindestens verkauft, wenn der Stock so aussieht, wie es hier abgebildet ist:

(A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 12

19. Wie viele solche Quadrate kann man in ein quadratisches 5×5-Gitter einzeichnen, so dass mindestens eine Seite des Quadrates auf dem Rand des Gitters liegt?

(A) 16 (B) 20 (C) 25 (D) 37 (E) 41

20. Die in der Abbildung eingezeichneten Punkte teilen die gegenüberliegenden Seiten des Quadrats in drei gleiche Teile. Wir falten das Quadrat entlang der eingezeichneten Linie. Welche geometrische Gestalt hat dann der Teil des Quadrates, der doppelt überdeckt ist?



(A) Fünfeck (C) Dreieck (E) Parallelogramm
(B) Sechseck (D) Trapez