

Deutschsprachiger Wettbewerb

2021 / 2022

Mathematik

2. Runde

Jahrgang 10



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren *Taschenrechner* und Ihr *Tafelwerk* benutzen.

Sie haben 90 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß

1. Vor dem Beginn eines Pferderennens unterhalten sich vier Zuschauer über den möglichen Einlauf der drei Favoriten A, B und C. Folgende Aussagen werden gemacht:

(1) „A oder C gewinnt.“

(3) „Wenn A Dritter wird, dann gewinnt C nicht.“

(2) „Wenn A Zweiter wird, gewinnt B.“

(4) „A oder B wird Zweiter.“

Nach dem Einlauf stellte sich heraus, dass die drei Favoriten A, B und C tatsächlich die ersten drei Plätze belegten und dass alle vier Aussagen wahr waren. Wie lautete der Einlauf?

(A) ABC

(B) BAC

(C) BCA

(D) CAB

(E) CBA

2. In welchem Intervall befindet sich die Minimumstelle der Funktion $f(x) = \sqrt{x^2 + 9} - 6x$?

(A) $[-6; -3]$

(B) $[-2; -1]$

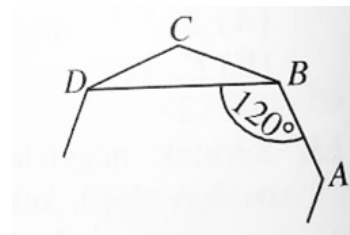
(C) $[0; 1]$

(D) $[2; 3]$

(E) $[4; 7]$

3. Auf dem Bild ist ein regelmäßiges Vieleck zu sehen. Wie viele Seiten hat das Vieleck?

- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

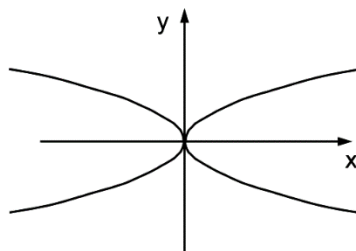


4. Von wie vielen der folgenden Funktionen

$$y = x^2; \quad y = \sqrt{x}; \quad y = \sqrt{-x};$$

$$y = -\sqrt{x}; \quad y = -\sqrt{-x}; \quad y = -x^2$$

ist der Graph in der folgenden Figur enthalten?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

5. Auf einer Wiese stehen 15 Schafe und einige Schäfer. Nachdem die Hälfte der Schäfer und ein Drittel der Schafe ins Dorf zurückgekehrt sind, kann man noch 50 Beine zählen. Wie viele Beine waren es, als noch alle auf der Wiese waren?

- (A) 60 (B) 72 (C) 80 (D) 90 (E) 102

6. Ich habe heute, am 4.2.2022, das Alter meiner Großmutter, meiner Mutter und meiner Schwester addiert und als Summe 100 erhalten. Alle drei haben als Alter eine Zahl, die eine Potenz von 2 ist. Welche von den folgenden Jahresangaben ist das Geburtsjahr meiner Schwester?

- (A) 2004 (B) 2006 (C) 2012 (D) 2016 (E) 2018

7. Bei welchem reellen Wert von p ($p \neq 1$) hat folgende quadratische Gleichung zwei verschiedene reelle Lösungen?

$$(p - 1)x^2 - 2px + p - 2 = 0$$

- (A) $]-\infty; \frac{2}{3}]$ (B) $[\frac{2}{3}; \infty[$ (C) $]-\infty; \frac{3}{2}]$ (D) $[\frac{3}{2}; \infty[$ (E) $[\frac{2}{3}; \infty[$

8. Ein Kreis mit dem Radius 4 ist durch Kreisbögen mit dem Radius 2 in vier kongruente Teile geteilt worden. Wie groß ist der Umfang eines solchen Viertels?

- (A) 2π (B) 3π (C) 6π (D) 8π (E) 12π



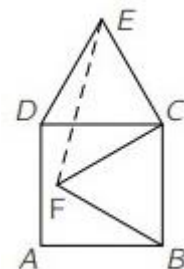
9. Der Würfel rechts ist etwas speziell. Die Summen einander gegenüberliegender Zahlen sind allesamt gleich. Außerdem sind die drei Zahlen, die der 14, 18 bzw. der 35 gegenüberliegen, Primzahlen. Welche Primzahl liegt der 14 gegenüber?

- (A) 23 (B) 29 (C) 31 (D) 37 (E) 41



10. ABCD ist ein Quadrat mit der Seitenlänge 1, BCF und CED sind gleichseitige Dreiecke. Wie lang ist EF?

- (A) 1
(B) $\sqrt{3}$
(C) $\sqrt{5} - 1$
(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(E) $\sqrt{2}$



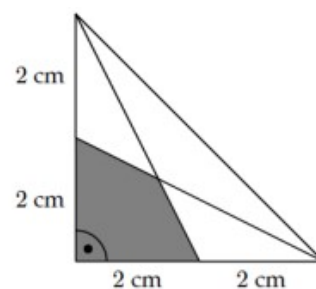
11. Berechne den Wert des folgenden Terms!

$$100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \dots + 2^2 - 1^2 =$$

- (A) 2002 (B) -2020 (C) 4040 (D) 5050 (E) 8008

12. Wie groß ist der Flächeninhalt der grauen Fläche?

- (A) $\frac{5}{2} \text{ cm}^2$ (B) 2 cm^2 (C) $\frac{8}{3} \text{ cm}^2$ (D) 4 cm^2 (E) $\frac{8}{6} \text{ cm}^2$



13. Heinrich hat beim Schach in 40 Spielen insgesamt 25 Punkte erzielt. Für einen Sieg gab es 1 Punkt, für ein Unentschieden 1/2 Punkt und bei einem verlorenen Spiel 0 Punkte. Wie viele Spiele hat Heinrich mehr gewonnen als verloren?

- (A) 7 (B) 10 (C) 12 (D) 15 (E) Das ist nicht eindeutig bestimmt.

14. Aus den Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 7 lassen sich insgesamt $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$ verschiedene 7-stellige Zahlen bilden, wenn dabei jede Ziffer stets genau einmal verwendet wird. Ich stelle mir diese Zahlen mit der kleinsten beginnend der Größe nach geordnet vor. Welche Zahl steht an der 2520. Stelle?

- (A) 3 765 421 (B) 4 123 567 (C) 3 217 654 (D) 4 321 765 (E) 4 376 521

15. Die Zahlen x und y sind beide größer als 1. Welcher der folgenden Brüche hat den größten Wert?

- (A) $\frac{x}{y-1}$ (B) $\frac{x}{y+1}$ (C) $\frac{2x}{2y-1}$ (D) $\frac{2x}{2y+1}$ (E) $\frac{3x}{3y-1}$

16. Der Flächeninhalt eines Quadrates ist 169 cm^2 . Wie lang sind die Seiten eines Rechtecks, dessen Umfang gleich dem Umfang des Quadrates ist, dessen Flächeninhalt jedoch 168 cm^2 ist?

- (A) 12, 13 (B) 12, 14 (C) 13, 14 (D) 13, 15 (E) 12, 15

17. Wie viele reelle Lösungen hat die folgende Gleichung?

$$(x^2 + 2x)(x^2 + 2x - 1) = 6$$

- (A) Es gibt keine Lösung. (C) zwei (E) vier
(B) eine (D) drei

18. Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist um 1 cm länger als eine der Katheten. Wie lang kann diese Kathete sein, wenn die andere Kathete nicht kürzer als 1 cm und nicht länger als 4 cm ist?

- (A) $0 < a \leq 6,5$ (B) $0 < a \leq 7,5$ (C) $1 \leq a \leq 6,5$ (D) $2 \leq a \leq 6,5$ (E) $2 \leq a \leq 7,5$

19. Vereinfache das folgende Produkt, wenn x eine beliebige reelle Zahl ist.

$$\sqrt{\sqrt{x^2 + 1} - 1} \cdot \sqrt{\sqrt{x^2 + 1} + 1} =$$

- (A) x (B) $\sqrt{x}$ (C) $|x|$ (D) 1 (E) $\sqrt{x^2 + 1}$

20. Wie lauten die fünf positiven benachbarten ganzen Zahlen, von denen die Quadratsumme der ersten drei Zahlen gleich der Quadratsumme der letzten zwei Zahlen ist?

- (A) 9, 10, 11, 12, 13 (C) 11, 12, 13, 14, 15 (E) 13, 14, 15, 16, 17
(B) 10, 11, 12, 13, 14 (D) 12, 13, 14, 15, 16