

**Deutschsprachiger Wettbewerb**  
**2021 / 2022**  
**Mathematik**  
**2. Runde**  
**Jahrgang 11**



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren *Taschenrechner* und Ihr *Tafelwerk* benutzen.

Sie haben 90 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß

1. Schreiben Sie den folgenden Ausdruck als eine Potenz mit der Basis  $x$ .

$$\frac{\sqrt[5]{\frac{1}{x^2}}}{\sqrt[6]{(x^3)^{-5}}}$$

- (A)  $x^{\frac{61}{10}}$       (B)  $x^{\frac{13}{30}}$       (C)  $x^{\frac{78}{30}}$       (D)  $x^{-\frac{11}{10}}$       (E)  $x^{-\frac{78}{30}}$

2. Ein Badesee ist so verunreinigt worden, dass ein Badeverbot erlassen werden musste. Messergebnisse besagten, dass 175 ppm (parts per million) eines Giftes das Wasser durchsetzt haben. Die Verunreinigung nimmt wöchentlich um 8 % ab. Nach wie viel Wochen ist die Verunreinigung auf einen Wert unter 11 ppm gesunken (Aufhebung des Badeverbotes)?

- (A) 31      (B) 32      (C) 33      (D) 34      (E) 35

3. Es gibt eine Schülergruppe, zu der auch Malvin gehört. Auf wie viele Arten können diese 10 Schüler in 3 Gruppen aufgeteilt werden, wenn eine Gruppe 4 und die beiden anderen Gruppen je 3 Schüler enthalten sollen und Malvin in der Vierergruppe sein soll?

- (A) 1 680      (B) 105      (C) 362 880      (D) 3 628 800      (E) 4 200

4. Gegeben sind 4 Gleichungen:

$$\frac{2(x - 2,5)}{x - 3} + 1 = \frac{1}{x - 3}$$

$$\sqrt{3 + \sqrt{x - 1}} = 1$$

$$\log_2 \log_9(x - 1) = -1$$

$$343^x = \frac{1}{7}$$

Wie viel ist das Produkt der reellen Lösungen der angegebenen Gleichungen?

- (A) - 20                      (B)  $-\frac{4}{3}$                       (C)  $-\frac{1}{3}$                       (D) 12                      (E) 60

5. Gegeben ist ein Trapez  $ABCD$ , wobei die Seiten  $AB$  und  $CD$  parallel zueinander sind. Auf der Seite  $AD$  liegt der Punkt  $E$ . Es gilt  $\sphericalangle ABE = 18^\circ$  und  $\sphericalangle BEC = 30^\circ$ . Bestimmen Sie die Größe des Winkels  $\sphericalangle ECD$ .

- (A)  $168^\circ$                       (B)  $18^\circ$                       (C)  $48^\circ$                       (D)  $12^\circ$                       (E)  $75^\circ$

6. Die Erde hat einen Radius von 6366 km. Wie weit in die Ferne kann man bei guter Sicht von einem 30 m hohen Leuchtturm sehen?

- (A) 19 544 m                      (D) 18 887 m  
(B) 19 465 m                      (E) 19 745 m  
(C) 19 995 m

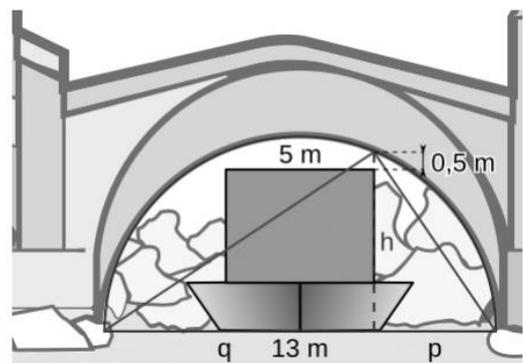


7. Wie viele Stellen hat die kleinste Zahl mit der Quersumme 100?

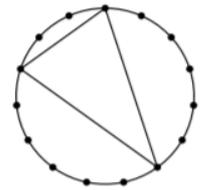
- (A) 3                      (B) 11                      (C) 12                      (D) 20                      (E) 100

8. Ein Binnenschiff durchquert eine 13 m breite, halbkreisförmige Brücke. Die kistenförmige Ladung ist 5 m breit. Beim mittigen Durchfahren der Öffnung bleibt ein Abstand von 50 cm zur Brückendecke. Wie weit über dem Wasserspiegel befindet sich der obere Bereich der Ladung?

- (A) 5 m                      (D) 6,5 m  
(B) 4,5 m                      (E) 5,5 m  
(C) 3 m



9. Auf einem Kreis sind 15 Punkte so markiert, dass benachbarte Punkte stets denselben Abstand voneinander haben. Verbindet man drei dieser Punkte, so entsteht ein Dreieck. Wie viele verschiedene, nicht kongruente Dreiecke lassen sich so zeichnen?



- (A) 19      (B) 46      (C) 15      (D) 75      (E) 23

10. Die Funktion  $f$  ist für alle reellen Zahlen definiert. Es gilt  $f(1) = 2$  und für alle reellen Zahlen  $x$  und  $y$  gilt  $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ . Dann ist  $\frac{f(2021)}{f(2020)} =$

- (A) 2      (B)  $\frac{2020}{2021}$       (C) 2022      (D)  $\frac{2022}{2021}$       (E) 4044

11. Die wievielte Permutation von ABCDE ist CDBAE, wenn man die Permutationen nach der alphabetischen Anordnung der Buchstaben betrachtet?

- (A) 120      (B) 60      (C) 72      (D) 58      (E) 63

12. Auf welche Ziffer endet  $202^{2021} + 2^{2022}$ ?

- (A) 2      (B) 4      (C) 6      (D) 8      (E) 0

13. Vom Flughafen Ferihegy startet ein Flugzeug. Es fliegt mit einem Steigungswinkel von  $9^\circ$  und einer Geschwindigkeit von 250 km/h. Nach welcher Zeit wird das Flugzeug die Flughöhe 9 km erreichen?

- (A) nach 2 Minuten 11 Sekunden      (D) nach 13 Minuten 48 Sekunden  
 (B) nach 5,6 Minuten      (E) nach 15 Minuten  
 (C) nach 13 Minuten 36 Sekunden

14. Gegeben sind drei Funktionen mit den Zuordnungsvorschriften:  $f(x) = 2^{x-3} - 2$ ;  $g(x) = \sqrt{x-3} - 1$ ;  $h(x) = -2(x-5)^2 + 2$ . An wie vielen Stellen werden die Funktionen  $g(x)$  und  $h(x)$  von der Funktion  $f(x)$  geschnitten?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

15. Vereinfachen Sie den folgenden mathematischen Term.

$$\log_x x^{\log_a b^x} \cdot \log_y y^{\log_b a^y}$$

- (A)  $\frac{x}{y}$       (B)  $\frac{a}{b}$       (C)  $ab$       (D)  $xy$       (E)  $\frac{ax}{by}$

16. Gegeben seien die Mengen  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ ;  $B = \{1; 2; 3; \{4,5,6\}\}$ ;  $C = \{\}$ ;  $D = \{\{\}; \{1,2,3,4,5,6\}\}$ . Wie viele von den folgenden Aussagen sind **falsch**?

- $A \in D$        $C \cap B \in D$   
 $|D| = 7$        $B \subset D$   
 (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

17. Gegeben ist die Zahl  $a \in \mathbb{N}$ , für die gilt:  $1 \leq a \leq 2022$ . Man bildet alle Zahlen mit der Form  $a^a$ . Wie viele Quadratzahlen befinden sich unter diesen Zahlen?

- (A) 22                      (B) 1011                      (C) 1033                      (D) 2021                      (E) 2022

18. In welchem der folgenden Intervalle befinden sich die reellen Lösungen der Gleichung:

$$\log_2 4 \cdot x^3 - 4^{\frac{1}{2}} \cdot x^2 - x = 0?$$

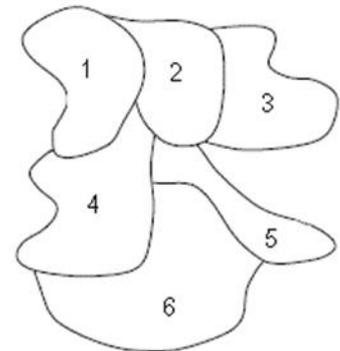
- (A)  $-4 \leq x \leq 0$                       (C)  $-1 \leq x \leq 0$                       (E)  $1 \leq x \leq 2$   
 (B)  $-2 \leq x \leq 2$                       (D)  $-0,5 \leq x \leq 1$

19. Sei  $x$  eine reelle Zahl. Zu welchem Term lässt sich der Term  $\left(\frac{1}{\sin\frac{\pi}{2}\sin x - \sin(\pi-x)\cos(-\pi)}\right)^{-1}$  vereinfachen?

- (A)  $2 \sin x$                       (B) 0                      (C) 1                      (D)  $-\sin x$                       (E)  $-1$

20. In einer abgelegenen Urwaldregion leben die Stämme der At, der Bo, der Cmer, der Dio, der Ela und der Fu in jeweils einem Gebiet, dessen Grenzverlauf die abgebildete Landkarte wiedergibt. Ein in der Gegend forschender Ethnograph (Völkerkundler) fragt seinen einheimischen Begleiter, welcher Stamm in welchem Gebiet lebt. Dieser - ein Geheimniskrämer - informiert ihn so:

- Die At und die Bo sind keine Nachbarn.
- Die Cmer haben weniger Nachbarn als die Bo.
- Die benachbarten Dio und At haben gleich viele Nachbarn.
- Die Fu haben mehr Nachbarn als die Ela.



Zwei Stämme heißen benachbart, wenn ihre Stammesgebiete eine gemeinsame Grenze besitzen.

In welchem Gebiet leben die Fu?

- (A) 6                      (C) 4                      (E) 1  
 (B) 5                      (D) 2