

Deutschsprachiger Wettbewerb

2021 / 2022

Mathematik

1. Runde

Jahrgang 12



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren *Taschenrechner* und Ihr *Tafelwerk* benutzen.

Sie haben 75 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

Viel Spaß

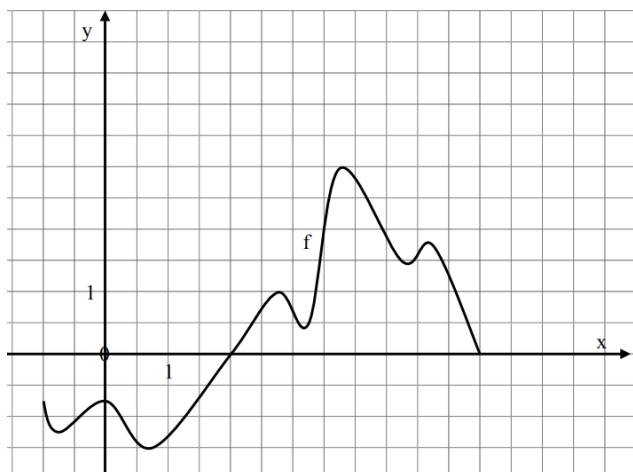
1. Das ist eine mathematische Operation, die zwei Vektoren eine Zahl zuordnet.

- | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------------|
| (A) Skalarprodukt | (C) Komplement | (E) kartesisches Produkt |
| (B) Kreuzprodukt | (D) Vektorprodukt | |

2. Gegeben sei eine Gerade mit ihrem Richtungsvektor: $\underline{v}(\log_2 4; \log_2 0,125)$. Welcher Vektor ist ein Normalvektor dieser Geraden?

- | | | |
|---------------|---------------------|----------------------|
| (A) $(-3; 2)$ | (C) $(\log_2 4; 3)$ | (E) $(-3; \log_2 4)$ |
| (B) $(3; 2)$ | (D) $(3; -2)$ | |

3. Die Zuordnungsvorschrift der in dem Intervall $[-1; 6]$ definierten Funktion $f(x)$ wird mit ihrem Graphen angegeben.



Welche Aussage ist richtig?

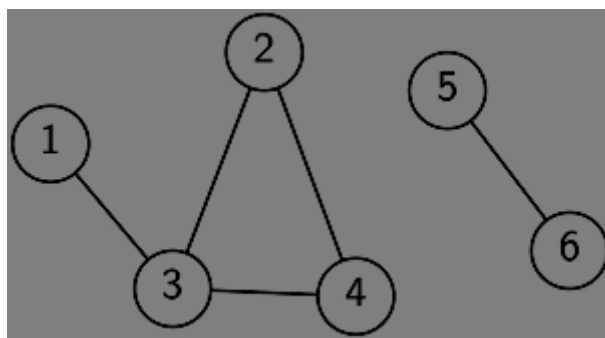
- (A) Die Funktion ist monoton steigend, aber nicht streng monoton steigend.
- (B) Die Funktion hat eine inverse Funktion.
- (C) Der Graph kann so in 9 Abschnitte aufgeteilt werden, dass die Funktion in diesen Abschnitten streng monoton ist.
- (D) Die Funktion hat genau ein lokales Maximum.
- (E) Die Funktion hat kein lokales Minimum.

4. Der ist der Wert, der genau in der Mitte einer Datenreihe liegt, die nach der Größe geordnet ist.

- (A) Modus
- (B) Mittelwert
- (C) Modalwert
- (D) Median
- (E) Durchschnitt

5. Der Graph in der Abbildung hat sechs, fünf, Die Summe der ist 10.

- (A) Gradzahlen, Knoten, Kanten
- (B) Knoten, Kanten, Gradzahlen
- (C) Gradzahlen, Kanten, Knoten
- (D) Kanten, Knoten, Gradzahlen
- (E) Knoten, Gradzahlen, Kanten



6. Der Radius des Umkreises eines rechtwinkligen Dreiecks beträgt 7 cm, die kleinste Seite ist 3 cm. Wie groß sind die spitzen Winkel des Dreiecks?

- (A) $\alpha = 13,15^\circ$; $\beta = 70,57^\circ$
- (B) $\alpha = 17,5^\circ$; $\beta = 47,22^\circ$
- (C) $\alpha = 38,38^\circ$; $\beta = 54,36^\circ$
- (D) $\alpha = 38,96^\circ$; $\beta = 77,24^\circ$
- (E) $\alpha = 12,37^\circ$; $\beta = 77,63^\circ$

7. Wie viele Aussagen treffen auf ein Prisma zu?

Ein Prisma besitzt eine Grundfläche und eine Deckfläche.

Die Grundfläche eines Prismas kann ein Drachenviereck sein.

Die Seitenflächen eines Prismas sind Dreiecke.

Die Deckfläche und die Grundfläche eines Prismas sind parallel und kongruent.

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3
- (E) 4

8. In einem Dreieck ist eine Seitenlänge 8,8 cm, die an dieser Seite liegenden Winkel sind 48° und 36° groß. Etwa wie viel Quadratzentimeter beträgt der Flächeninhalt des Dreiecks?

- (A) 16
- (B) 17
- (C) 18
- (D) 19
- (E) 20

9. Gegeben sei ein einfacher Graph mit n Knotenpunkten. Wie viele Kanten kann dieser Graph maximal besitzen, wenn er einen isolierten Punkt hat?

- (A) $\frac{(n)(n-1)}{2}$ (C) $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ (E) $\frac{(n)(n-2)}{2}$
 (B) $\frac{(n-1)(n)}{2} - 1$ (D) $\frac{(n-1)(n-2)}{2} - 1$

10. Welche reellen Zahlen x erfüllen die folgende Gleichung?

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \cos^2 x$$

- (A) $x = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (E) $x = \frac{3}{8}\pi + \frac{3}{16}k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 (B) $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (D) $x = -\frac{2}{3}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

11. Welche Aussage trifft auf eine geometrische Folge stets zu?

- (A) Eine geometrische Folge kann mit ihrem ersten Glied und mit einer konstanten Differenz eindeutig definiert werden.
 (B) Seien a_{k-1} , a_k und a_{k+1} drei aufeinanderfolgende Glieder einer geometrischen Folge. Die folgende Aussage gilt für diese Glieder: $a_k = \sqrt{a_{k-1} \cdot a_{k+1}}$.
 (C) Sie ist eine Folge, bei der man jedes Glied erhält, indem man das vorhergehende Glied mit einer konstanten Zahl q multipliziert.
 (D) Als Rekursion kann man eine geometrische Folge folgendermaßen definieren: $a_{n+1} = a_n + d$.
 (E) Sie ist eine Folge, bei der man jedes Glied erhält, indem man zu dem vorhergehenden Glied eine konstante Zahl d addiert.

12. Wie viele Lösungen hat die folgende Gleichung in der Menge der reellen Zahlen?

$$3^{x^2(x^2-1)} = 3^6 \cdot 7^{x^4-x^2-6}$$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

13. Wie viele sechsstellige Zahlen gibt es, in der jede Ziffer so oft enthalten ist, wie der Wert dieser Ziffer?

- (A) 7 (B) 22 (C) 42 (D) 67 (E) 82

14. Gegeben ist die Gleichung $5 \cdot f(x) + f(2-x) = 3x + 4$. Welche Funktion f erfüllt diese Gleichung?

- (A) $f(x) = 2x - 2$ (C) $f(x) = \frac{9x+5}{12}$ (E) $f(x) = \frac{3x+2}{5}$
 (B) $f(x) = \frac{2-x}{5}$ (D) $f(x) = \frac{4x+2}{5}$

15. Wie viele Möglichkeiten gibt es acht Äpfel unter vier Kinder aufzuteilen, wenn die Äpfel nicht zerteilt werden dürfen und sie sich darauf einigen, dass jedes Kind mindestens einen Apfel bekommt?

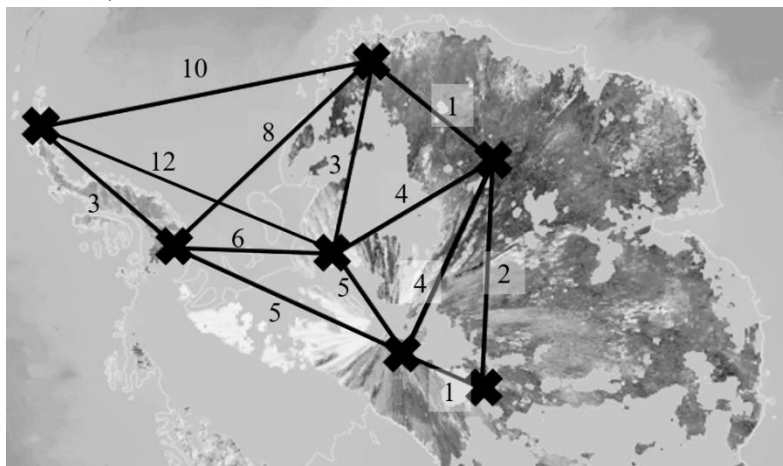
- (A) 35 (B) 34 (C) 31 (D) 29 (E) 15

16. Wie viele Lösungen hat die folgende Gleichung in der Menge der reellen Zahlen?

$$\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

17. Infolge der globalen Erwärmung entscheidet die Menschheit im Jahr 2050 die Antarktis zu bevölkern. Die Landkarte nach dem Abschmelzen ist auf der Abbildung zu sehen. Das X markiert je eine geplante Stadt. Die 42-te Welle der Corona-Pandemie naht und die zukünftigen antarktischen Schüler sollen die Zoom-Meetings auch nicht verpassen. Der Internetdienstanbieter ÖkoNET wurde beauftragt das Internet-Netz auszubauen. Die Mitarbeiter des ÖkoNET haben einen Kostenplan über die Ausbaukosten zwischen verschiedenen Städten erstellt. Die Verbindung kann nur zwischen solchen Städten hergestellt werden, die auf der Landkarte mit einer Linie verbunden sind. Die Zahl an jeder Linie zeigt die Kosten der Verbindung (in Millionen €). Bestimme die minimalen Kosten für ein zusammenhängendes Netz. (Hinweis: Nicht alle möglichen Verbindungen müssen ausgebaut werden.)



- (A) 14 Mio €
- (B) 15 Mio €
- (C) 16 Mio €
- (D) 17 Mio €
- (E) 18 Mio €

18. Auf dem Tisch gibt es 5 Schachteln. In jeder Schachtel befindet sich ein bestimmter Geldbetrag. Man legt ein Fünftel des Wertes der ersten Schachtel in die zweite, dann ein Fünftel des (neuen) Wertes der zweiten in die dritte usw... Am Ende legt man ein Fünftel des (neuen) Wertes der fünften Schachtel zurück in die erste. In jeder Schachtel sind jetzt 1600 Ft. Wie groß war der Geldbetrag ursprünglich in der ersten Schachtel?

- (A) 1000
- (B) 2000
- (C) 1500
- (D) 1400
- (E) 3514

19. Die 100-bändige Bibliothek von Peter besteht aus ungarischen, deutschen und englischen Büchern. $p\%$ der Bücher sind ungarisch und ebenso $p\%$ der fremdsprachigen Bücher sind englisch. Es gibt nur ein einziges deutsches Buch. Wie viele englische Bücher gibt es?

- (A) 9
- (B) 8
- (C) 7
- (D) 6
- (E) 5

20. Die Gleichungen zweier Figuren sind gegeben. In welchem Punkt berühren die zwei Figuren einander?

$$k: x^2 + y^2 + 12x - 4y + 31 = 0$$

$$p: x^2 + 12x - y + 35 = 0$$

- (A) Es gibt keinen Berührungspunkt.
- (B) Im Punkt $(6; -1)$.
- (C) Im Punkt $(-6 - \sqrt{5}; 4)$.
- (D) Im Punkt $(-6; -1)$.
- (E) Im Punkt $(-6 + \sqrt{5}; 4)$.