

# Deutschsprachiger Wettbewerb

2023 / 2024

## Mathematik

1. Runde

Jahrgang 11



1. Mit welcher Potenz von  $x$  ist der folgende Ausdruck gleich? ( $x \geq 0$ )

$$\frac{\sqrt[5]{x^{-3}} \cdot \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[3]{x^{-4}} \cdot \sqrt{x^5}}$$

(A)  $-\frac{61}{60}$

(B)  $\frac{9}{10}$

(C)  $\frac{239}{60}$

(D)  $\frac{19}{6}$

(E) keine von diesen Zahlen

2. Wähle das richtige Potenzgesetz aus.

(A) Potenzen mit gleichen Exponenten werden dividiert, indem man die Exponenten dividiert und die Basis beibehält.

(B) Potenzen mit gleichen Exponenten werden dividiert, indem man die Basen subtrahiert und die Exponenten beibehält.

(C) Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Basen dividiert und die Exponenten beibehält.

(D) Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Basis beibehält und die Exponenten dividiert.

(E) Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Basis beibehält und die Exponenten subtrahiert.

3. Der Scheitelpunkt des Graphen der Funktion  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ist  $(5; 7)$ . Der Punkt  $(7; 5)$  liegt auch auf dem Graphen der Funktion. Wie groß ist die Summe von  $a$ ,  $b$  und  $c$ ?

(A)  $-11$

(B)  $15$

(C)  $-9$

(D)  $-1$

(E)  $13,75$

4. Ergänze mit den passenden drei Vokabeln den Satz über die folgende Formel.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Den Logarithmus einer positiven Zahl  $b$  zur Basis  $a$  kann man als ... des Logarithmus von  $b$  zur neuen Basis  $c$  und des Logarithmus der ... Basis zur ... Basis schreiben.

(A) den Quotienten / neuen / neuen

(D) das Produkt / alten / neuen

(B) den Quotienten / alten / neuen

(E) das Produkt / alten / alten

(C) den Quotienten / neuen / alten

5. Fünf Schüler, Andreas, Bert, Christian, David und Eckhart treffen einander und begrüßen sich mit Handschlägen. Andreas begrüßt genau einen der Mitschüler mit Handschlag und auch Bert tauscht nur mit einem einen Handschlag, während Christian, David und Eckhart je zwei mit Handschlag begrüßen. Wir wissen, dass sich Andreas und Eckhart die Hand gaben. Welche beiden haben sich gewiss nicht die Hände gereicht?

- (A) Eckhart mit David (D) Bert mit Eckhart  
 (B) Eckhart mit Christian (E) Bert mit David  
 (C) Bert mit Christian

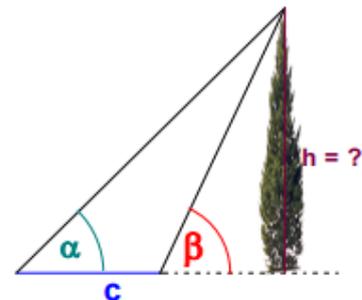
6. Bestimme die letzte Ziffer des folgenden Ausdrucks!

$$\left(\frac{\sqrt{25} + 1}{\sqrt{3}}\right)^{2023} \cdot \left(\frac{\sqrt{25} - 1}{\sqrt{3}}\right)^{2023}$$

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 0

7. Die Höhe eines Baumes können wir durch das Messen von zwei Winkeln und einer horizontalen Strecke bestimmen (siehe Bild). Es gilt:  $c = 20$  m,  $\alpha = 45^\circ$  und  $\beta = 65^\circ$ . Wie groß ist ungefähr der Baum?

- (A) 22,3 m (C) 29 m (E) 37,5 m  
 (B) 25,7 m (D) 32,9 m



8. In dem 3x3-Gitter entsprechen die Symbole natürlichen Zahlen, gleiche Symbole gleichen und verschiedene verschiedenen Zahlen. Die Summe in der letzten Spalte ist 11 und in der letzten Zeile ist 14. Dann ist die Summe in der ersten Spalte gleich

- (A) 12 (C) 17 (E) 21  
 (B) 15 (D) 19

♥	♣	♠	
♥	♣	♣	
♣	♥	♠	14
?		11	

9. Wenn  $x$ ,  $y$  und  $z$  für ganze Zahlen stehen, und  $4 \cdot 10^x + 5 \cdot 10^y + 6 \cdot 10^z = 45000,06$ ; dann ist der Wert von  $x^3 + y^3 + z^3$  gleich

- (A) 35 (B) 99 (C) 83 (D) 3 (E) 181

10. Was bedeutet die Schreibweise  $f(5) = 7$ ? Wähle die *falsche* Antwort aus.

- (A) Der Funktionswert an der Stelle 5 ist gleich 7. (E) Wenn man in die Zuordnungsvorschrift der Funktion  $f$  die 5 einsetzt, dann bekommt man 7.  
 (B) Die Funktion ordnet der Zahl 5 die Zahl 7 zu.  
 (C) Die Zahl 7 wird zu 5 zugeordnet.  
 (D) Die Zahl 5 wird zu 7 zugeordnet.

11. Welche Menge ist die Definitionsmenge des folgenden Ausdrucks?  $\sqrt[5]{\sqrt{x^2 + 5x + 6}}$

- (A)  $] -3; -2[$  (C)  $] -\infty; -3[ \cup ] -2; \infty[$  (E)  $\mathbb{R}$   
 (B)  $[-3; -2]$  (D)  $] -\infty; -3] \cup ] -2; \infty[$

12. Wie viele wahre Aussagen gibt es über die Seitenhalbierende eines Dreiecks unter den folgenden?

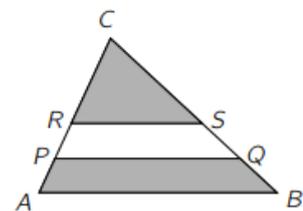
- Ihr Schnittpunkt ist der Mittelpunkt des Umkreises.
- Sie verbinden den Mittelpunkt der Seite mit dem gegenüberliegenden Eckpunkt.
- Sie halbieren den Flächeninhalt des Dreiecks.
- Ihr Schnittpunkt ist der Schwerpunkt des Dreiecks.
- Sie halbieren die Winkel des Dreiecks.

(A) 0            (B) 1            (C) 2            (D) 3            (E) 4            (F) 5

13. Wenn  $\frac{\lg B - \lg A}{2} = \lg(AB)$  ist, dann ist A gleich

(A)  $\frac{1}{\sqrt[3]{B}}$             (B)  $\sqrt[3]{B}$             (C)  $\frac{1}{3}B$             (D)  $3B$             (E)  $\frac{2}{3}B$

14. Auf den Seiten des Dreiecks ABC befinden sich vier Punkte P, Q, R und S so, dass PQ und RS parallel zu AB sind. Das Viereck ABQP und das Dreieck RSC haben denselben Flächeninhalt und der Punkt P teilt die Seite AC im Verhältnis 1:4 (Abb. nicht maßstabsgerecht). In welchem Verhältnis teilt der Punkt R die Seite AC?



(A) 1:1            (B) 1:2            (C) 1:3            (D) 2:3            (E) 3:4

15. Was ist der genaue Wert von  $(1 - \operatorname{tg} 1^\circ) \cdot (1 - \operatorname{tg} 2^\circ) \cdot (1 - \operatorname{tg} 3^\circ) \cdot \dots \cdot (1 - \operatorname{tg} 89^\circ)$ ?

(A) 1            (B) 0            (C)  $\pi$             (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$             (E)  $\sqrt{3}$

16. Die Zahlen  $x$  und  $y$  sind beide größer als 1. Welcher der folgenden Brüche hat den größten Wert?

(A)  $\frac{x}{y-1}$             (B)  $\frac{x}{y+1}$             (C)  $\frac{2x}{2y-1}$             (D)  $\frac{2x}{2y+1}$             (E)  $\frac{3x}{3y-1}$

17. Wenn  $x < 0$ , dann ist der Term  $|x - \sqrt{(1-x)^2}|$  gleich

(A) 1            (B)  $1 - 2x$             (C)  $-2x - 1$             (D)  $1 + 2x$             (E)  $2x - 1$

18. Einem Viertelkreis mit dem Radius  $R$  ist ein Kreis  $k$  einbeschrieben. Wie groß ist der Radius von  $k$ ?

(A)  $\frac{R - \sqrt{2}}{2}$             (B)  $\frac{R\sqrt{2}}{4}$             (C)  $\frac{5R}{2}$             (D)  $\frac{R}{2}$             (E)  $R(\sqrt{2} - 1)$

19. Die natürliche Zahl  $k$  hat genau zwei Teiler, die natürliche Zahl  $n$  hat genau fünf Teiler. Wie viele Teiler hat die Zahl  $k \cdot n$ ?

(A) 6            (B) 7            (C) 10            (D) 11  
(E) ohne zusätzliche Information nicht entscheidbar

20. Wie viele Buchstaben „E“ gibt es in dem ausgefüllten Kreuzworträtsel?

(A) 22            (B) 21            (C) 20            (D) 19            (E) 18

- 1 Die Verbindungsstrecke eines Eckpunktes und dem gegenüberliegenden Seitenmittelpunktes eines Dreiecks ist die ... .
- 2 Die längste Sehne eines Kreises.
- 3 Hat genau zwei Teiler.
- 4 Die Kanten eines Graphen treffen sich hier.
- 5 Ein Drittel ist ein unendlicher periodischer ... .
- 6 Um Brüche addieren zu können muss man den gemeinsamen ... finden.
- 7  $A \cap B$
- 8 Es gibt runde, eckige und geschweifte ...
- 9 Die dritte ... aus 64 ist 4.
- 10 Es gibt Gradmaß und ...maß.
- 11 Richtung der  $x$ -Achse.
- 12 Ein Drachenviereck hat eine Symmetrie... .
- 13 Ein unendliches, eindimensionales Raumelement.
- 14 Richtung der  $y$ -Achse.
- 15 Die Halbgeraden, die einen Winkel begrenzen.
- 16 Ein Vieleck hat  $n \cdot (n - 3) / 2$  davon.
- 17 Der Anstieg einer Geraden.

