

**Deutschsprachiger Wettbewerb**  
**2023 / 2024**  
**Mathematik**  
**2. Runde**  
**Jahrgang 11**



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

diese Runde des Wettbewerbs hat 20 Fragen, Sie sollen von den vorgegebenen Lösungsmöglichkeiten immer die einzige richtige Lösung auswählen. Sie können auf Ihrem Blatt die richtige Lösung ankreuzen. Danach tragen Sie bitte Ihre Lösungen in das Lösungsblatt (extra Blatt) ein. Nur diese Seite wird korrigiert.

Für eine richtige Antwort erhalten Sie 3 Punkte, für eine falsche Antwort wird Ihnen 1 Punkt abgezogen.

Wenn Sie sich für keine Antwort entscheiden können und auf dem Lösungsblatt eine Lösung leer lassen, bekommen Sie keinen Punkt. Ihre Ausgangspunktzahl ist 20.

Für die Lösung der Aufgaben dürfen Sie Ihren *Taschenrechner* und Ihr *Tafelwerk* benutzen.

Sie haben 90 Minuten Zeit, um den Test auszufüllen und die richtigen Lösungen ins Lösungsblatt einzutragen!

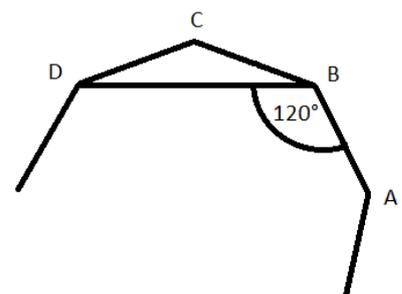
Viel Spaß

1. Jedes von 5 Kindern wählt eine der Zahlen 1, 2 oder 4. Dann multiplizieren die Fünf ihre 5 Zahlen. Von den folgenden Zahlen kann nur eine das Produkt sein, welche?

- (A) 100                      (B) 256                      (C) 768                      (D) 2048                      (E) 4096

2. Die Abbildung zeigt einen Teil eines regelmäßigen Vielecks. Der Winkel ABD beträgt  $120^\circ$ . Wie viele Seiten hat dieses Vieleck?

- (A) 9                      (C) 11                      (E) 13  
(B) 10                      (D) 12



3. Wie heißt die letzte Ziffer der Summe der geraden Zahlen von 2 bis 2024?

- (A) 0                      (B) 2                      (C) 4                      (D) 6                      (E) 8

4. Wie lautet das Ergebnis der folgenden Operationen?

$$\left(\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \frac{7+8}{9} + \dots + \frac{2008+2009}{2010}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{670}\right) =$$

- (A) 1340                      (B) 2008                      (C) 2009                      (D) 2680                      (E) 20 082 009

5. Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks beträgt 4 Einheiten, die Höhe zur Hypotenuse 1 Einheit. Wie groß ist der kleinste Winkel des Dreiecks?

- (A)  $15^\circ$                       (B)  $30^\circ$                       (C)  $45^\circ$                       (D)  $60^\circ$                       (E)  $75^\circ$

6. Wie viele reelle Lösungen hat die Ungleichung  $3^{\sqrt{x}} + 3^{\sqrt{3-x}} < 2$  ?

- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) unendlich viele

7. In einem Teich werden zwei Algenkolonien ausgesetzt. Zu Beginn bedeckt Kolonie Alpha  $300 \text{ cm}^2$  und Kolonie Beta  $800 \text{ cm}^2$  der Wasseroberfläche. Alpha vermehrt sich Tag für Tag um 60%. Beta wächst etwas langsamer, nämlich täglich um 20%. Nach welcher Zeit werden die Kolonien gleich groß?

- (A) 3,41 Stunden                      (C) 81,83 Stunden                      (E) nie  
(B) 40,91 Stunden                      (D) 144 Stunden

8. Welches Intervall enthält die wenigsten ganzen Zahlen?

- (A)  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$                       (C)  $[\log_4 2; \log_2 4]$   
(B)  $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^6; 6^{\frac{1}{2}}\right]$                       (D)  $\left[\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right); \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]$   
(E)  $[(-0,1)^5; (0,1)^5]$

9. Welche ist eine Quadratzahl?

- (A)  $23! \cdot 24!$                       (C)  $25! \cdot 26!$                       (E)  $27! \cdot 28!$   
(B)  $24! \cdot 25!$                       (D)  $26! \cdot 27!$

10. Aus einem halbkreisförmigen Papierblatt haben wir zwei deckungsgleiche (kongruente) Kreise so ausgeschnitten, dass ihre Flächen möglichst groß werden. Welches Vielfache vom Radius eines Kreises ist der Radius des Halbkreises?

- (A)  $\sqrt{5} - 1$                       (B)  $\sqrt{2}$                       (C) 1,8                      (D) 2                      (E)  $\sqrt{2} + 1$

11. Wie viele Zahlentripel  $(x; y; z)$  gibt es, für die  $xyz + xy + yz + xz + x + y + z = 2010$  und  $x, y, z \in \mathbf{N}$  gelten?

- (A) 1                      (B) 3                      (C) 6                      (D) 9                      (E) 12

12. Es seien  $A > B > 1$  Primzahlen derart, dass auch  $A-B$  und  $A+B$  Primzahlen sind. Dann gilt für  $S = A + B + (A + B) + (A - B)$

- (A)  $S$  ist geradzahlig                      (C)  $S$  ist Vielfaches von 5                      (E)  $S$  ist Primzahl  
(B)  $S$  ist Vielfaches von 3                      (D)  $S$  ist Vielfaches von 7

13. Wir betrachten die Funktion  $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$ , die folgendermaßen definiert ist

$$f(x) = \begin{cases} x + 5, & \text{wenn } x \text{ ungerade ist} \\ \frac{x}{2}, & \text{wenn } x \text{ gerade ist} \end{cases}$$

Wie groß ist die Quersumme von  $k$ , wenn  $k$  ungerade und  $f(f(f(k))) = 35$  ist?

- (A) 9                      (B) 10                      (C) 12                      (D) 13                      (E) 15

14. Wie viele positive ganze Zahlen gibt es, die den gleichen Quotienten und Rest ergeben, wenn man sie durch 26 teilt, und dann wieder den gleichen (von den vorigen Quotienten und Rest aber unterschiedlichen) Quotienten und Rest ergeben, wenn man sie durch 29 teilt?

- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) unendlich viele

15. In einem Laden kaufte ich ein Päckchen mit  $m$  Kugelschreibern, das Stück zu  $n$  Euro, und in einem anderen Laden ein Päckchen von  $n$  Kugelschreibern, das Stück zu  $m$  Euro. Wie viel Euro habe ich durchschnittlich für einen Kugelschreiber bezahlt?

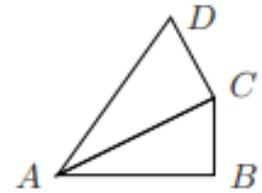
- (A) 1                      (B)  $\frac{m+n}{2}$                       (C)  $\frac{2mn}{m+n}$                       (D)  $mn$                       (E)  $\frac{m^2n^2}{2}$

16. Im Koordinatensystem hüpfte ein Frosch folgendermaßen: er startet im Koordinatenursprung und bewegt sich 1 Einheit nach rechts (Ost), im 2. Schritt um 2 Einheiten nach Norden, im 3. Schritt um 3 Einheiten nach Westen, im 4. Schritt um 4 Einheiten nach Süden, im 5. um 5 Einheiten nach Osten usw. In welchem Punkt des Koordinatensystems sitzt der Frosch, nachdem er den 50. Schritt absolviert hat?

- (A)  $(-24; 26)$                       (B)  $(25; 26)$                       (C)  $(26; 25)$                       (D)  $(25; -26)$                       (E)  $(26; -25)$

17. In der Abbildung ist die Strecke AB 1 Einheit lang. Die Winkel ABC und ACD sind beide rechte Winkel, die Winkel CAB und DAC sind gleich  $\alpha$ . Wie lang ist die Strecke AD?

- (A)  $\cos\alpha + \tan\alpha$       (C)  $\cos^2\alpha$       (E)  $\cos 2\alpha$   
 (B)  $\frac{1}{\cos 2\alpha}$       (D)  $\frac{1}{\cos^2\alpha}$



18. Wie viele Zahlenpaare mit ganzen Zahlen  $(x; y)$  erfüllen die Gleichung  $xy + 5x - y = 10$ ?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

19. Es sei  $Z$  die 2024-stellige Zahl, bei der jede Ziffer 1 ist. Wie lautet die Quersumme der Zahl  $Z \cdot 1111$ ?

- (A) 8080      (B) 8086      (C) 8090      (D) 8096      (E) 8100

20. Ein Quadrat wird in vier Quadrate geteilt. Das obere linke Quadrat wird schwarz gefärbt. Das rechte untere Quadrat wird wieder in vier Quadrate geteilt, und so fort. Der Prozess wird unendlich oft wiederholt. Der Flächeninhalt des schwarz gefärbten Bereichs beträgt  $675 \text{ cm}^2$ . Wie lang ist die Seite des ursprünglichen Quadrates?

- (A) 24 cm      (C) 45 cm      (E) keine der gegebenen Längen  
 (B) 25 cm      (D) 48 cm

