

## Fizika II. feladatsor villamosmérnök hallgatóknak – 2024 ősz

1. A  $B=0,2 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses térbe  $v=10^5 \text{ m/s}$  sebességű proton érkezik az indukcióvonalakra merőleges irányban. Mekkora sugarú körpályán fog mozogni a proton, ha tömege  $1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , töltése  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ?

2. Mekkora sebességre gyorsul fel egy nulla kezdősebességű elektron 20 V feszültség hatására? Az elektron tömege  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , töltése  $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . A felgyorsított elektron a mozgás irányával  $30^\circ$ -os szöget bezáró  $0,2 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses térbe kerül. Mekkora erő hat az elektronra a mágneses térben?

2.1. Egy tömegspektrométerben egyszeresen ionizált (egy elektront leválasztanak) hélium atomokat gyorsítanak fel  $v=10^5 \text{ m/s}$  sebességre. A sebességre merőleges homogén mágneses térbe jutva ezek  $R=2 \text{ cm}$  sugarú negyed kört leírva csapódnak be a detektorba. Mekkora a mágneses indukció? A hélium atom tömege  $6,643 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

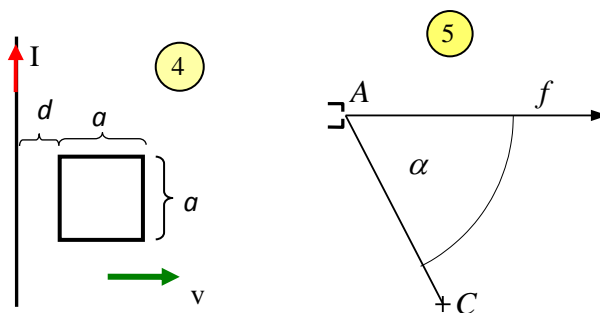
2.2. Egy áramjárta hosszú egyenes rézvezeték ( $I=2\text{A}$ ) homogén mágneses térbe ( $B=0,05\text{T}$ ) helyeznek. Legyen az áram iránya a pozitív  $x$  tengely iránya és a mágneses indukció ezzel  $60$  fokos szöget zár be az  $x$ - $z$  síkban. Mekkora és milyen irányú erő hat a vezeték egységnyi hosszára? Készítsen ábrát!

3. Egy nulla kezdősebességű 30 V feszültségen felgyorsított elektron mágneses térbe kerül. Az elektron sebességének iránya  $30^\circ$ -os szöget zár be a pozitív  $z$  tengely irányába mutató  $0,1 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses térrel. Határozza meg

a) a pálya  $x, y$  síkba eső vetületének adatait,

b) azt az utat, amelyet az elektron a pozitív  $z$  tengely irányában egy körülfutás alatt megtesz.

4. Igen hosszú egyenes vezetőben  $30 \text{ A}$ , a huzallal egy síkban fekvő négyzet alakú drótkeretben pedig  $10 \text{ A}$  erősségű áram folyik az óramutató járásával ellenkező irányban. Mekkora és milyen irányú mágneses erő hat a keretre, ha  $a = 2 \text{ cm}$  és  $d = 1 \text{ cm}$ ?



5. Egy elektronágyú  $1 \text{ kV}$  feszültségen felgyorsított elektronokat bocsát ki az  $f$  félegyenes irányában. A  $C$  céltárgyat az  $A$  nyílástól  $5 \text{ cm}$ -re,  $\alpha = 60^\circ$ -os irányban helyeztük el. Mekkora indukciójú homogén mágneses mezőt kell létesítenünk, hogy az elektronok eltalálják a céltárgyat, ha a mező

a) merőleges az  $f$  félegyenes és a  $C$  pont síkjára,

b) párhuzamos az  $AC$  iránnyal? (Az elektron tömege  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .)

6. Mágneses térben  $2 \text{ cm}^2$  felületű vezető keretben  $5 \text{ A}$  erősségű áram folyik. A mágneses tér  $2 \cdot 10^{-4} \text{ Nm}$  értékű forgatónyomatékkal hat a keretre, amikor annak síkja a  $\mathbf{B}$  mágneses indukcióvektorral párhuzamos és a keret forgástengelye merőleges  $\mathbf{B}$ -re.

a) Mekkora  $\mathbf{B}$  ezen a helyen?

b) A forgatónyomaték hatására a keret forogni kezd. Mekkora lesz a szögsebessége abban a pillanatban, amikor a vezetőkeret merőleges a mágneses térre (a csillapító hatásoktól eltekintünk)?

A keret tehetetlenségi nyomatéka  $\theta = 10^{-6} \text{ kgm}^2$ .

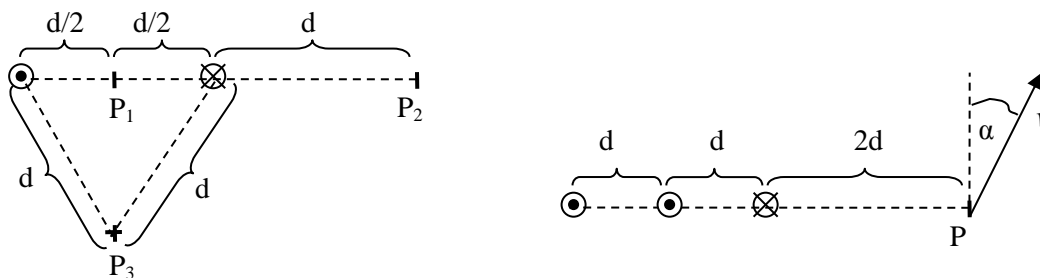
c) Ebben a helyzetben mekkora forgatónyomaték hat a vezetőkeretre?

d) Erről a pontról a keret tovább fordul. Mekkora szögeltérésnél áll meg?

7. Egy 15cm hosszú, 850 menetes, vasmentes hengeres tekercsre 20V feszültséget kapcsolunk. A tekercs közepes menethossza (a henger kerülete) 6cm. A huzal vastagsága 0,3mm, fajlagos ellenállása  $\rho = 0,0175 \Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1}$ . Mekkora a mágneses térerősség a tekercs belsejében?

8. Egy hosszú egyenes koaxiális kábel hengeres belső vezetékének sugara  $r_o$ , az áramot visszavezető hengergyűrű belső sugara  $r_1$ , a külső  $r_2$ . Az  $I$  erősségű áram egyenletesen oszlik el mindkét vezeték keresztmetszetén. Határozzuk meg és ábrázoljuk, hogyan változik a mágneses térerősség a tengelytől mért  $r$  távolság függvényében.

9. Mekkora és merre mutat a mágneses térerősség a  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  pontokban? Az ellenkező irányú egyaránt  $I = 2A$  erősségű áramok a rajz síkjára merőleges, egymástól  $d = 2 \text{ cm}$  távolságban lévő, hosszú egyenes vezetőkben folynak.



10. Három, egymástól  $d=10\text{cm}$  távolságra lévő végtelen hosszú egyenes vezetőkben  $I=2A$  áram folyik az ábra szerinti irányításban. A szélsőtől  $2d$  távolságra lévő P ponton egy  $q = 10\text{nC}$  töltésű részecske repül át  $v = 8\text{m/s}$  sebességgel,  $\alpha = 30^\circ$ .

- Mennyi a P pontban a három vezetőtől származó eredő mágneses térerősség?
- Mekkora és milyen irányú erő hat a részecskére ( $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ )?

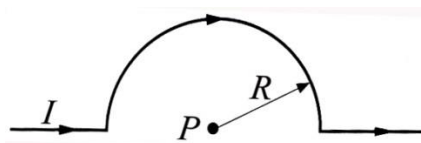
11. Egy szorosan tekercselt toroid belső sugara 1cm, a külső sugara pedig 2cm. A toroid belsejében levegő van, 1000 menetes, és a benne folyó áramerősség 2,5A.

- Mekkora a mágneses indukció 1,2 cm távolságban a középponttól?
- Mekkora a mágneses indukció 1,5 cm távolságra a középponttól?

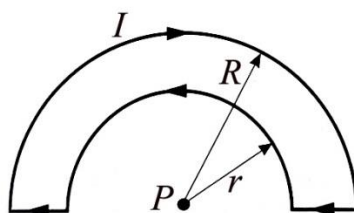
12. Egy kör alakú áramjárta vezeték sugara 3cm, és benne 2A erősségű áram folyik. Mekkora a mágneses indukció nagysága a hurok tengelye mentén

- a hurok közepében
- 4 cm távolságban a kör középpontjától?

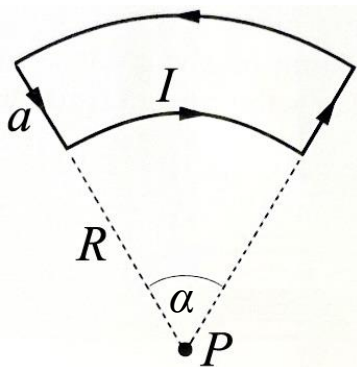
13. Mekkora a mágneses indukció a P pontban, ha az áramerősség  $I = 5A$ , a kör sugara pedig  $R = 15\text{cm}$ ?



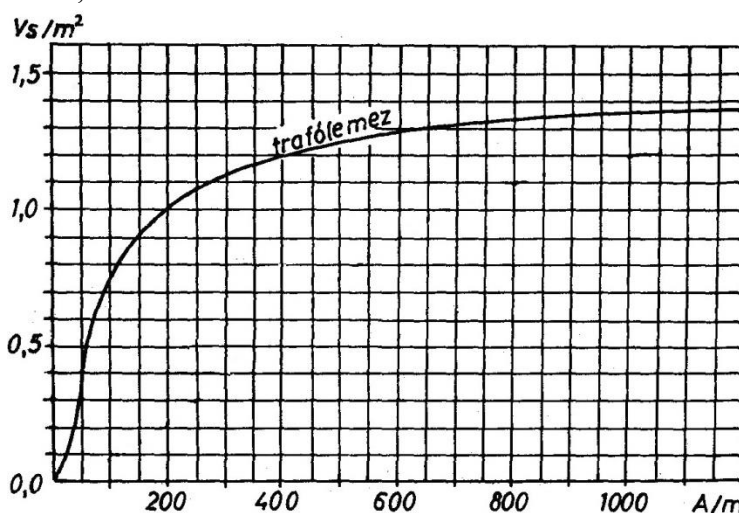
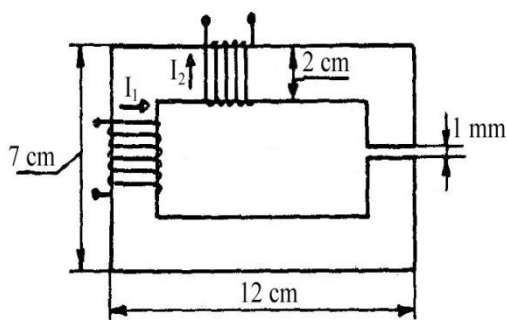
14. Mekkora a mágneses indukció a P pontban, ha az áramerősség 15A, a sugarak pedig  $r = 5\text{cm}$  illetve  $R = 8\text{cm}$  nagyságúak?



15. Mekkora a mágneses indukció a  $P$  pontban, ha az  $\alpha$  szög  $60^\circ$ , az áramerősség  $I = 12\text{A}$ , a belső sugár  $R = 6\text{cm}$ , az  $a$  távolság pedig  $4\text{cm}$ ?



16. Az ábra szerinti, négyzet keresztmetszetű, állandó vastagságú vasmag anyaga trafólemez, az 1-es tekercs menetszáma  $1000$ , a 2-esé  $600$ . Milyen erős áramnak kell folynia az 1. tekercsben, hogy a légrésben a mágneses indukció  $1,3\text{ T}$  legyen, ha a másik tekercs árammentes? Hogyan válasszuk meg az  $I_2$  áramintenzitás értékét, ha a légrésben csak  $1\text{ T}$  indukció szükséges, de  $I_1$  ugyanakkora, mint az előbbi esetben?

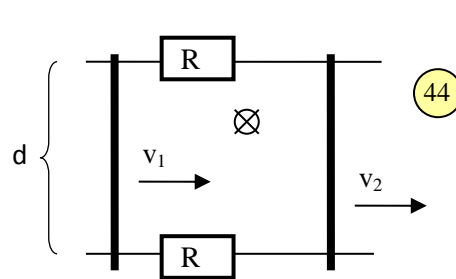
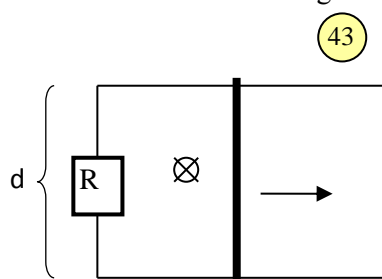
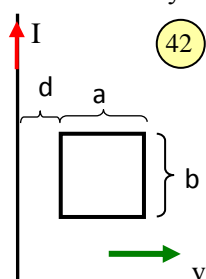


17. Az ábrán látható vezetőkeret  $v$  sebességgel egyenletesen távolodik a síkjában fekvő, igen hosszú,  $I$  intenzitású stacionárius árammal átjárt huzaltól. A keret  $\rho$  fajlagos ellenállású homogén drótból készült, keresztmetszete mindenütt  $A$ . A keret bal oldala kezdetben  $d$  távolságra van a hosszú vezetéktől. Merre folyik a dróthurokban az áram, és hogyan változik az erőssége? Az indukált áram mágneses terét hanyagoljuk el! (ábra a következő oldalon)

18. Vízszintes síkban fekvő, egymástól  $d$  távolságra levő, párhuzamos vezető sínek egyik végét  $R$  ellenállással kötöttük össze. A sínekre merőlegesen egy, azokat összekötő, elhanyagolható ellenállású fém rudat húzunk vízszintes, a rúdra merőleges, állandó  $F$  erővel. A rúd függőleges  $B$  indukciójú homogén mágneses térben mozog. A súrlódástól eltekintünk. (ábra a következő oldalon)

a) Mekkora sebességre gyorsul fel a rúd?

b) Mekkora áram folyik át az ellenálláson ennél a sebességnél?

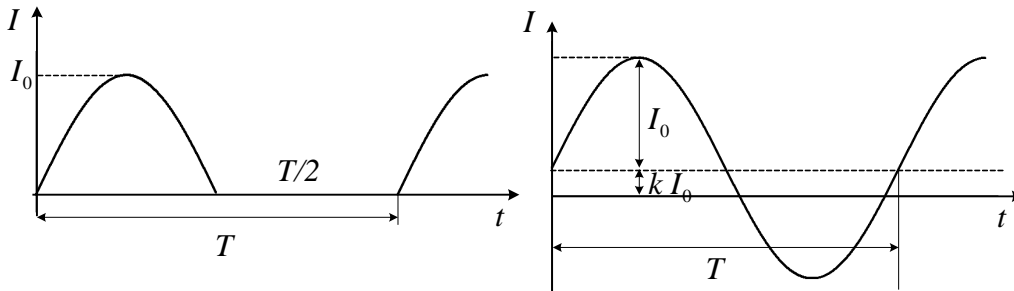


19. Az előző feladathoz hasonló az elrendezés, de most két ellenállás van és két rúd mozog, rögzített  $v_1$  és  $v_2$  sebességgel. Mekkora áram folyik át a rudakon?

20. A Föld mágneses terének függőleges komponense a vizsgált helyen  $20 \text{ A/m}$ . Határozzuk meg az  $1,44 \text{ m}$  nyomtávú síneken  $108 \text{ km/h}$  sebességgel haladó vonat esetén a vonat tengelyében indukált feszültséget, amely a sínek között mérhető?

21. Egy transzformátor vasmagjában  $4 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$  csúcsértékű szinuszosan változó fluxus van. Mekkora maximális feszültség indukálódik a vasmagon elhelyezett  $250$  menetű tekercsben, ha a frekvencia  $500 \text{ Hz}$ ?

22. A rajzokon látható görbe vonalak szinusz függvényt ábrázolnak. Számítsuk ki a két periodikus váltakozó áram effektív erősségét.



23. Egy  $1 \Omega$  és egy  $2 \Omega$  ellenállású félkör alakú vezetőlél teljes kört hoztunk létre. Ezt homogén mágneses mezőbe helyezük az indukcióra merőleges síkban. Az indukció nagyságának változási gyorsasága  $80 \text{ T/s}$ , a kör sugara  $15 \text{ cm}$ . Mekkora a körben indukálódott elektromotoros erő és az áramerősség? Mekkora az elektromos mező térerőssége a vezeték-szakaszok belsejében?

24. Homogén mágneses mezőben az indukcióra merőleges síkban elhelyeztünk egy  $2 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$  területű zárt fémkeretet. Mennyi töltés áramlik át a téglalap alakú keret egy oldalának keresztmetszetén, ha a keretet a hosszabbik oldalával párhuzamosan, vagy a rövidebbik oldalával párhuzamosan kihúzzuk a mágneses mezőből? A mező indukciója  $0,2 \text{ T}$  nagyságú, a keret ellenállása  $0,01 \Omega$ .

25. Egy  $15 \text{ cm}$  hosszúságú,  $3000$  menetes,  $5 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű tekercs belsejébe helyezünk egy  $12 \text{ cm}$  hosszú,  $1500$  menetes,  $2 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű tekercset úgy, hogy a két tekercs tengelye egybeessen. A külső tekercset váltakozó feszültségre kapcsoljuk, a benne folyó váltóáram csúcsértéke  $2 \text{ A}$ , frekvenciája  $50 \text{ Hz}$ . Írja fel, és ábrázolja a belső tekercsben indukálódó elektromotoros erőt! Állapítsa meg, melyek azok az időpontok, amikor az indukált elektromotoros erő nulla! Ábrázolja a külső tekercsben folyó áram erősségének időtől való függését is, s hasonlítsa össze a két grafikont!

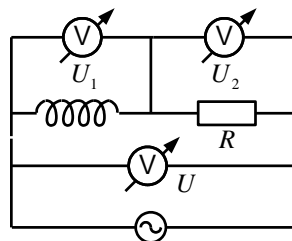
26. Homogén mágneses mezőben egy  $20 \text{ cm}$  oldalhosszúságú,  $0,01 \Omega$  ellenállású rövidre zárt vezetőkeret forog  $360 \text{ min}^{-1}$  fordulatszámmal a  $0,5 \text{ T}$  nagyságú indukcióra merőleges tengely körül. Mekkora a keret forgatásához szükséges maximális forgatónyomaték, ha a léghellenállástól, súrlódástól és az önindukció jelenségétől eltekintünk?

27. Igen hosszú, egyenes tekercs vékony, kör keresztmetszetű, homogén mágneses mezőt hoz létre a benne folyó áram következtében. Az áram változása miatt az indukció változási gyorsasága  $4 \text{ T/s}$ . A tekercs keresztmetszete  $16 \text{ cm}^2$ . Mekkora az indukált elektromos mező térerőssége a tekercs tengelyétől  $1 \text{ cm}$ -re, illetve  $6 \text{ cm}$ -re?

28. A  $B=2V \cdot s \cdot m^{-2}$  indukciójú homogén mágneses térben az indukcióvonalakra merőleges tengely körül  $4 \text{ cm}$  oldalú, négyzet alakú vezetőkeretet forgatunk  $n = 25 \text{ s}^{-1}$  fordulatszámmal. A forgástengely a négyzet egyik középvonala. A keret ellenállása  $0,1 \Omega$ . Hogyan változik az indukált feszültség és az áramerősség az időben, mekkorák a csúcsértékek?

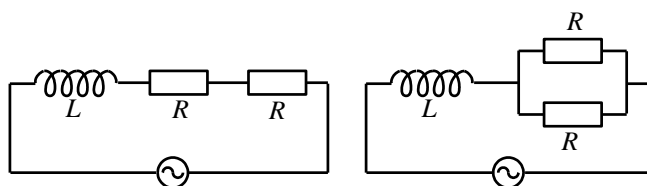
29. Határozzuk meg és ábrázoljuk az áramerősség változását az idő függvényében, ha a  $300 \Omega$  ellenállású  $3 \text{ H}$  induktivitású légmagos tekercset  $30 \text{ V}$  egyenfeszültségről lekapcsolás közben rövidre zártuk.

30. A  $100\ \Omega$  ellenállású  $10\ \text{mH}$  induktivitású légmagos tekercset  $100\ \text{V}$  nagyságú egyenfeszültségre kapcsoltuk. A bekapcsolás után mennyi idő múlva lesz az áramerősség  $0,7\ \text{A}$ ?
31. A  $3\ \text{H}$  induktivitású és  $200\ \Omega$  ellenállású jelfogó  $0,03\ \text{A}$  áramerősségnél húz meg. Mekkora egyenfeszültség mellett működik a jelfogó  $2,4\ \text{ms}$ -os késleltetéssel?
32. Egy  $C$  kapacitású kondenzátort  $U$  potenciálkülönbségre töltünk, majd  $R$  ellenálláson keresztül kisül. Határozzuk meg és ábrázoljuk, hogyan változik az időben a kondenzátor energiája.
33. Mekkora feszültségre töltődik fel  $0,01\ \text{s}$  alatt egy elhanyagolhatóan kicsi belső ellenállású  $300\ \text{V}$ -os áramforrásról  $10\ \text{k}\Omega$  ellenálláson keresztül egy  $8\ \mu\text{F}$  kapacitású kondenzátor? Határozzuk meg az időállandó értékét.
34. Két ideális kapcsolási elemet tartalmazó soros áramkörre  $U = 150 \sin 250t$  (V) feszültséget kapcsolunk, amelynek hatására  $i = 1,5 \sin \left( 250t - \frac{\pi}{4} \right)$  (A) áram folyik. Milyen elemekről van szó?
35. Soros RLC kört ( $R=100\Omega$ ,  $L=0,2\text{H}$  és  $C=20\mu\text{F}$ ) egy szokványos  $50\text{Hz}$ -es,  $U=230\text{V}$  effektív értékű feszültségre kapcsolunk.
- a) Mekkora az áramerősség effektív és maximális értéke és a teljesítmény?  
 b) Hogyan kell a feszültségforrás frekvenciáját változtatni, hogy rezonancia lépjen fel (vagyis mekkora  $f_R$ )?  
 c) A fenti rezonanciafrekvenciánál mekkora lesz az effektív és maximális áramerősség, illetve a teljesítmény?
36. Egy ismeretlen induktivitású és belső ellenállású reális tekercsel sorosan kapcsolunk egy  $15\ \mu\text{F}$  kapacitású kondenzátort. Ekkor az áramkör rezonanciafrekvenciája  $f_R=50\ \text{Hz}$ . Mekkora kondenzátort kellene az első helyére bekötnünk, hogy a rezonancia  $200\ \text{Hz}$ -nél lépjen fel?
37. Sorba kötött ohmos fogyasztót és ideális tekercset váltakozó áramú hálózatra kapcsolunk. Az áramerősség fáziskésése a kapocsfeszültséghez képest  $\pi/3$ . Hányszorosára változik a felvett teljesítmény, ha azonos effektív értékű, de kétszer akkora frekvenciájú feszültségre kapcsoljuk az elrendezést?
38.  $230\ \text{V}$  effektív feszültséget adó, változtatható frekvenciájú váltakozó áramú generátorra egy ismeretlen  $L$  önindukciós tényezőjű és  $R$  ohmikus ellenállású tekercset és egy  $42\ \mu\text{F}$  kapacitású kondenzátort sorosan kapcsolunk. Ekkor  $f=100\ \text{Hz}$  frekvencia esetén legnagyobb az áramerősség, és értéke  $1,6\ \text{A}$ . Mekkora  $R$  és  $L$ ?
39.  $110\ \text{V}$ -os,  $60\ \text{W}$ -os égőt szeretnénk üzemeltetni  $230\ \text{V}$ -os,  $50\ \text{Hz}$ -es hálózatról. Az üzemeltetéshez vagy egy ohmos ellenállást, vagy egy kondenzátort kell sorba kötnünk az égővel. Mekkora ellenállásra, ill. kapacitásra lenne szükség az égő üzemeltetéséhez? A két megoldás közül melyik gazdaságosabb? Mennyi energiát takaríthatunk meg  $3$  óra alatt?
40. Ohmos fogyasztó és ideális tekercs sorba van kötve. Ha erre az elrendezésre  $300\ \text{V}$ -os állandó feszültséget kapcsolunk, a felvett teljesítmény  $90\ \text{W}$ . Ha a kapocsfeszültség  $50\ \text{Hz}$  frekvenciával szinuszosan változik és csúcserőértéke  $300\ \text{V}$ , az elrendezés csak  $13\ \text{W}$ -ot vesz fel. Mekkora a fogyasztó ellenállása és a tekercs induktivitása?
41. Az ábrán vázolt kapcsolásban a fogyasztó ellenállása  $R$ , a végtelen belső ellenállású voltmérőkről  $U_1$ ,  $U_2$ , illetve  $U$  feszültséget olvashatunk le. Mekkora teljesítményt vesz fel a tekercs (nem ideális)?



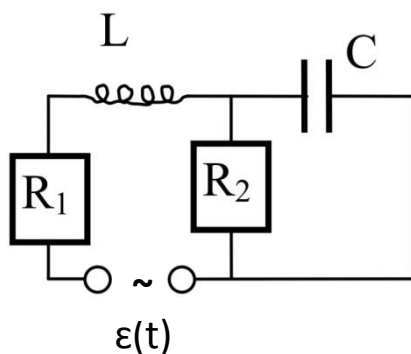
42. Egy kondenzátort és egy ohmos ellenállást sorba kapcsolunk, és váltakozó áramú hálózatra kötjük. A hálózat frekvenciája  $150\ \text{Hz}$ , a kialakuló áram effektív erőssége  $5\ \text{A}$ . Az ellenálláson a feszültség csúcserőértéke  $180\ \text{V}$ , a kondenzátoron pedig  $220\ \text{V}$ . Mekkora az ellenállás értéke? Mekkora a kondenzátor kapacitása? Mekkora a fáziseltolódás szöge? Mekkora az effektív teljesítmény? Mekkora a hálózati feszültség effektív értéke?

43. Ismeretlen  $R$  nagyságú ellenállásokból és  $0,4 \text{ H}$  önindukciójú tekercsből az ábrán szereplő két kapcsolást állítjuk össze. A két elrendezést ugyanarra az  $50 \text{ Hz}$ -es hálózatra kapcsoljuk. Mindkét körben azonos a hatásos teljesítmény. Mekkora az  $R$  ellenállás értéke? Mekkora a fáziseltolódás szöge a két esetben?



44. Határozzuk meg az ábrán látható váltóáramú áramkör komplex impedanciáját, a  $230 \text{ V}$  effektív feszültségű és  $50 \text{ Hz}$ -es szinuszos generátorból kifolyó áram fázisszögét a generátor feszültségéhez képest és az áram effektív értékét, ha

$$R_1 = 10 \Omega, R_2 = 100 \Omega, L = \frac{1,3}{\pi} \text{ H} \text{ és } C = \frac{100}{\pi} \mu\text{F}.$$



45. Katódsugárcsőben a  $2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  nagyságú sebességre felgyorsított elektronok  $1 \mu\text{A}$  erősségű áramot képviselnek. Hány elektron halad át másodpercenként a cső keresztmetszetén? Hány elektron van a sugár  $10 \text{ cm}$  hosszán? Mekkora indukciójú mágneses mezőt hoz létre a katódsugár tőle  $1 \text{ cm}$  távolságban? Ha az elektronsugarat homogén  $10^{-4} \text{ T}$  nagyságú mágneses mezőbe helyezük, mekkora erő hat ott egy-egy elektrorra, ha a mező indukciója merőleges a katódsugárra?

46. Egy kezdetben töltetlen, két  $r = 10 \text{ cm}$  sugarú fémkorongból álló és  $C = 50 \text{ mC}$  kapacitású kondenzátort egy  $R = 100 \Omega$  ellenállással sorosan rákapcsolunk egy  $\varepsilon = 220 \text{ V}$  egyenfeszültséget biztosító telepre (soros RC kör). Mekkora és milyen irányú a mágneses indukció a kondenzátor lemezei között a tengelytől  $r_1 = 5 \text{ cm}$  távolságban, a bekapcsolás után  $t = 2 \text{ s}$  idővel.

47. Egy síkkondenzátor fegyverzetei  $3 \text{ cm}$  sugarú körlemezek, melyek egymástól  $1,2 \text{ mm}$  távolságra vannak. A lemezek töltésének pillanatnyi üteme  $5 \text{ A}$ .

- Mekkora a lemezek közötti elektromos térerősség változási gyorsasága?
- Számítsa ki a lemezek közötti eltolási áramot.

48. Egy levegővel töltött térrészben az elektromos térerősség nagysága az idő függvényében a következő módon változik:  $E(t) = 0,04 \sin(1600 \frac{1}{s} t) [\text{V/m}]$ .

Mekkora az eltolási áram maximális értéke egy  $1 \text{ m}^2$  nagyságú felületre nézve, amelynek síkja merőleges az elektromos térerősség vektorra?

49. Elektromágneses hullám elektromos terét leíró függvény a következő:  $\vec{E} = 150 \vec{e}_y \cos(6\pi 10^7 t - 0,2\pi x) [\text{V/m}]$ . Számítsa ki a hullámhosszat, fázissebességet, periódusidőt, a fázisterjedés irányát, a mágneses mező, az EM energiasűrűség és a Poynting-vektor amplitúdóját!

**50.** Vákuumban, az  $x$  tengely mentén a pozitív  $x$  értékek irányába haladó  $EM$  síkhullám elektromos terének amplitúdója  $\vec{E}_0 = 100\vec{e}_y$  [V/m], frekvenciája  $f = 10^7$  Hz. Adja meg az elektromos és mágneses mezők leírását, mint a hely és idő függvényét (a fázisállandó legyen 0). További kérdések: hullámhossz, körhullámszám, körfrekvencia, periódusidő, az  $EM$  energiasűrűség és a Poynting-vektor amplitúdója.

**51.** Az elektromos térerősség átlagértéke egy vákuumban terjedő elektromágneses hullámban  $\langle E \rangle = 380$  V/m.

a) Mekkora a mágneses indukció átlagértéke? b) Mekkora az átlagos energiasűrűség? c) Mekkora az intenzitás?

**52.** A mágneses indukció átlagértéke egy vákuumban terjedő elektromágneses hullámban  $\langle B \rangle = 0,325$   $\mu$ T.

a) Mekkora az elektromos térerősség átlagértéke? b) Mekkora az átlagos energiasűrűség? c) Mekkora az intenzitás?

**53.** Egy  $250$  W/m<sup>2</sup> intenzitású elektromágneses hullám egy feketére festett  $5$  cm sugarú korongra esik merőlegesen, amely a sugárzást teljes egészében elnyeli.

a) Mekkora erő hat erre a korongra?

b) Mekkora erő hatna egy ugyanekkora méretű ideális tükörrre?

**54.** Egy  $450$  nm hullámhosszúságú kék lézersugár esik egy  $0,5$  mm vastag üveglemez szélő részére úgy, hogy a fény egy része az üvegben ( $n_u = 1,5$ ), másik része pedig vízben ( $n_v = 1,33$ ) halad. Mekkora a fáziskülönbség az üvegben haladó és a vízben haladó fényhullám között a kilépéskor?

**55.** Egy optikai rács milliméterenként  $1000$  karcolást tartalmaz. Mekkora lesz a rajta áthaladó látható fény elsőrendű spektruma az  $1,5$  méter távolságban lévő ernyőn, ha a látható fény hullámhosszának határai  $430$  nm és  $680$  nm?

**56.** Egy  $10$  cm vastag plánparallel üveglemez  $6,7$  cm-rel tolja el a  $70^\circ$ -os szögben reá eső fénysugarat. Számítsuk ki a lemez törésmutatóját.

**57.** Egy keskeny fehér fénysugár  $50^\circ$ -os beesési szöggel lép be a  $60^\circ$ -os törőszögű üvegprizma egyik felületén. Mekkora szöget zárnak be egymással a prizma másik lapján kilépő vörös és kék fénysugarak? (Az üveg levegőre vonatkoztatott törésmutatója vörös fényre  $1,5$ , kék fényre  $1,53$ .)

**58.** A  $633$  nm hullámhosszú vörös fény  $45^\circ$ -os beesési szögben egy  $1,33$  törésmutatójú vékony szappanhártyára esik. A visszaverődő fénysugarak interferenciája éppen intenzitásmaximumot eredményez. Számítsuk ki a szappanhártya minimális vastagságát!

**59.** Tiszta vizű medencében egy  $1,8$  m magas ember áll az  $1,5$  m mély vízben. Milyen hosszú az ember árnyéka a medence alján, ha a vízfelszínre eső napsugarak a függőlegessel  $40^\circ$ -os szöget zárnak be? A víz levegőre vonatkoztatott törésmutatója  $1,33$ .

**60.** Két méter mély medence alján egy pénzérme fekszik. Mekkora az érme látszólagos távolsága felülről nézve, vagyis a medence látszólagos mélysége, ha a víz levegőre vett törésmutatója  $1,33$ .

**61.** Egy homorú gömbtükörtől  $15$  cm távolságban az optikai tengelyen elhelyezett pontszerű fényforrás fényét a gömbtükör a tükörtől  $60$  cm távolságban gyűjti össze. Mekkora a gömbtükör görbületi sugara?

**62.** Egy  $60$  cm görbületi sugarú domború tükör előtt  $15$  cm távolságban egy  $5$  cm nagyságú tárgy van. Mekkora kép keletkezik a tárgyról és hol?

**63.** Egy gépkocsi domború visszapillantó tükre a vezetőtől  $60$  cm-re van. A tükörtől  $40$  m-re egy  $1,6$  m magas autó halad, amelynek virtuális képe a tükörben  $5$  cm-es. Határozza meg a nagyítást és a tükör fókusz-távolságát.

**64.** Egy vékony lencsétől 60cm távolságra elhelyezünk egy parányi fényforrást az optikai tengelyen. A lencse a fényforrás irányából nézve domború, görbületi sugara  $R_1 = 16$  cm. A lencse anyagának törésmutatója  $n_2 = 1,5$ . A lencse körül levegő van, melynek törésmutatója nagyjából  $n_1 = 1$ . A fényforrás képe a lencse másik oldalán, attól 40cm távolságban jelenik meg szintén az optikai tengelyen. A lencse a kép oldaláról nézve is domborúnak látszódik ( $R_2 > 0$ ). Rajzoljon ábrát és a Snellius-Descartes törvény segítségével, nagyon kis szögeket feltételezve, határozza meg az  $R_2$  görbületi sugarat?

**65.** Egy -2 dioptriás lencsétől 30cm-re az optikai tengelyen elhelyeztünk egy 6cm magasságú tárgyat. Határozzuk meg a kép helyét és nagyságát.

**66.** Mekkora annak a gyűjtőlencsének a fókusz-távolsága, amely a 60m távolságban lévő 15m magas épületről 5mm magasságú valódi képet állít elő?

**67.** Egy  $d_0$  nyugalmi hosszúságú hídhöz egyenes pályán egy vonat érkezik. A vonat nyugalmi hossza  $l_0 = 2d_0$ . A híd két végén meszelővel áll egy-egy ember. A híd rendszeréből nézve egyszerre tesznek pöttyöt a vonat elejére és végére. Mekkora a vonat sebessége? Mennyi idő telik el a vonat elejének és végének bemeszelése között a vonat rendszerében?

**68.** A Breakthrough Starshot lézerrel felgyorsított mikro szondája 0,4 c sebességre lesz képes. Mennyi időbe telik ezzel a sebességgel megtenni a 150 millió kilométeres Nap-Föld távolságot

- a) a földi megfigyelő számára,
- b) a szondán lévő órával mérve?

**69.** Két ikertestvér közül az egyik űrutazásra indul.  $4c/5$  nagyságú állandó sebességgel 20 fényévnnyire távolodik el, majd megfordul és ugyanilyen nagyságú sebességgel utazva visszatér. Mennyivel lesz fiatalabb testvérénél visszaérkezéskor?

**70.** A NASA X-43 elnevezésű hiperszonikus repülője 2004. november 16-án a hangsebesség 9,6-szorosát érte el, vagyis kb. 11265 km/h sebességet. A robotrepülő 1400 kg tömeggel rendelkezett. Hány grammal nőtt meg a tömege repülés közben a relativisztikus hatások miatt?

**71.** A Föld légkörének részecskéivel ütköző nagyenergiájú kozmikus részecskék hatására  $\pi$ -mezonok keletkeznek kb. 100 km-es magasságban. Ezek a részecskék nagyon gyorsan elbomlanak (felezési idejük:  $T_{1/2} = 2 \mu s$ ), ezért még fénysebességgel haladva sem lenne elég idejük ahhoz, hogy elérjék a Föld felszínét. A részecskéket mégis észlelik a felszínen, amely tény bizonyítékot szolgáltat a relativisztikus idő dilatáció jelenségére. A fény sebességének hány százalékával kell a  $\pi$ -mezonnak haladnia a földi megfigyelőhöz képest, hogy a 100 km-es utat a saját rendszerében mérve éppen 2  $\mu s$  idő alatt tegye meg? (Így a keletkező  $\pi$ -mezonok fele eléri a felszínt)

**72.** A nyugvó  $K$  rendszer megfigyelői egy robbanást figyelnek meg az  $x_1 = 480m$  pozícióban, majd 5 $\mu s$  idővel később egy második robbanást látnak az  $x_2 = 1200m$  pozícióban. A pozitív  $x$  irányban  $v$  sebességgel mozgó  $K'$  rendszerben a robbanások azonos helyen történnek. Mekkora a két robbanás közötti időkülönbség a  $K'$  rendszer megfigyelői szerint?

**73.** Egy proton nyugalmi energiája 938 MeV, teljes energiája pedig 2200 MeV.

- a) Mekkora a proton sebessége?
- b) Mekkora a proton lendülete?

**74.** Egy  $9,11 \cdot 10^{-31}$  kg nyugalmi tömegű mozdulatlan elektront 800 kV feszültséggel felgyorsítunk.

- a) Határozza meg az elektron nyugalmi energiáját!
- b) Határozza meg az elektron mozgási energiáját, teljes energiáját, és sebességét!



**75.** A Nap felszíni hőmérséklete kb. 5800K,  $\lambda_{\max} = 0,5\mu\text{m}$  hullámhossznál (zöld színnél) van hőmérsékleti sugárzásának intenzitás maximuma.

a) Ezen adatok segítségével számítsuk ki  $\lambda_{\max}$  aktuális értékét a következő hőmérsékletekre:

(i) 10000 K-es ívfény (ii) 37 C°-os ember (iii) 2,7 K-es világűr (a Big Bang maradéksugárzása)

b) Számítsuk ki, hogy csupán a hőmérsékleti sugárzás miatt mennyi tömeget veszít a Nap másodpercenként. A fekete testre érvényes formulákat alkalmazzuk!

c) Mennyi a Föld pályája mentén a napsugárzás energiaáram-sűrűsége? (Ezt Napállandónak nevezzük, standard értéke 1390 Joule 1 négyzetméteren 1 sec alatt.)

d) Számítsuk ki a Föld (mindenütt azonosnak tekintett átlagolt) egyensúlyi hőmérsékletét! Tekintsük mind a napsugárzás elnyelésekor, mind pedig a föld hőmérsékleti sugárzása során a Földet abszolút fekete testnek.

**76.** 800 C° belső hőmérsékletű kemence ajtajának mérete 0,2 x 0,25 m<sup>2</sup>. A környezet hőmérséklete 30 C°. Nyitott kemenceajtó esetén mekkora teljesítmény szükséges a hőmérséklet fenntartásához?

**77.** Egy vákuumban lévő abszolút feketének tekinthető fűtőszál 20 cm hosszú, átmérője 1 mm. Mekkora elektromos teljesítménnyel lehet 3500 K-re melegíteni? (A hővezetési veszteségektől eltekinthetünk.)

**78.** A Föld minden, a napsugárzásra merőleges négyzetméterét másodpercenként 1390 J energiájú elektromágneses sugárzás éri el ( $S = 1390 \text{ W/m}^2$ ; szoláris állandó). Mennyi lenne a Föld hőmérséklete, ha az minden pontján azonos hőmérsékletű abszolút fekete test lenne?

**79.** Az emberi szem már alig veszi észre azt a sárga fényt (0,6  $\mu\text{m}$ ), amely  $1,7 \cdot 10^{-6} \text{ W}$  teljesítménnyel érkezik a retinához. Hány foton érkezik 1 s alatt a szembe?

**80.** Mekkora a frekvenciája és hullámhossza annak a fotonnak, amelynek az energiája

a) 1 eV            b) 1 keV            c) 1 MeV

**81.** Mekkora az energiája annak a fotonnak elektronvolt és joule mértékegységben, amelynek hullámhossza

a) 450 nm        b) 550 nm        c) 650 nm        d) 0,1 nm (atom mérete)        e) 1 fm (atommag mérete)

**82.** Egy 3 mW teljesítményű He-Ne lézer 632 nm hullámhosszú fénysugarat bocsát ki, amelynek átmérője 1mm. Mekkora a fotonok sűrűsége a nyalámban?

**83.** Egy vákuumban terjedő lézernyaláb átmérője 1,2mm, az átlagos teljesítménye pedig 5mW. Mekkora a nyaláb intenzitása, az elektromos és mágneses tér csúcserőssége és a fény által okozott nyomás?

**84.** Egy vákuumban terjedő elektromágneses hullám frekvenciája 100 MHz. A mágneses indukció hely és időfüggése:

$$\vec{B}(z, t) = 10^{-8} \vec{e}_y \cos(\omega t - kz) \text{ [T]}$$

a) Mekkora a hullámhossz és merre terjed a hullám?

b) Adja meg az elektromos térerősség vektort a hely és idő függvényeként!

c) Írja fel a Poynting vektort és számolja ki a hullám intenzitását!

**85.** Legalább mekkora frekvenciájú fényvel kell megvilágítani a Li katódot, hogy elektronok lépjenek ki belőle? Mekkora ennek a fénynek a hullámhossza? Lítium katód esetén a kilépési munka  $4,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

**86.** Legfeljebb mekkora lehet azon fényerősítő berendezés fotokatódjá bevonatának kilépési munkája, amely az ember által kibocsátott hőmérsékleti sugárzás intenzitásmaximumán még működőképes. (A bőrfelszíni hőmérséklet legyen körülbelül 30 C°.)

**87.** A fotocellára monokromatikus fénysugarat bocsájtunk. Az elektronok mozgási energiáját 1,8V ellenfeszültséggel tudjuk kompenzálni. A fotocella cézium anyagára vonatkozó határhullámhossz 635 nm. Számítsuk ki a

- kilépési munkát
- beeső fénysugár frekvenciáját és hullámhosszát
- beeső fénysugár egyetlen fotonjának impulzusát!

**88.** A volfrám kilépési munkája 4,58 eV.

- Mekkora a küszöbfrekvencia és küszöbhullámhossz?
- Mekkora a kilépő elektronok maximális kinetikus energiája, ha a volfrámlapot 250 nm hullámhosszú UV fényel világítjuk meg?

**89.** A küszöbhullámhossz ezüst esetében 262 nm.

- Mekkora az ezüstre jellemző kilépési munka joule és eV mértékegységekben?
- Mekkora a kilépő elektronok maximális mozgási energiája, ha a megvilágító fény hullámhossza 175 nm?

**90.** Egy ismeretlen fém felületét 780 nm hullámhosszú fényel megvilágítva a kilépő elektronok maximális kinetikus energiája 0,37 eV. Mekkora lesz a maximális kinetikus energiája a kilépő elektronoknak, ha a megvilágító fény hullámhossza 410 nm-re változik?

**91.** Mekkora az elektron de Broglie hullámhossza, ha  $v = 3 \cdot 10^6$  m/s sebességgel mozog? (A Planck-állandó:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Js).

**92.** Mekkora a de Broglie hullámhossza annak az elektronnak, amelynek mozgási energiája

- 1,5 eV
- 12 eV

**93.** Egy elektron hullámhossza 200 nm. Mekkora az elektron lendülete és mozgási energiája?

**94.** Egy elektronmikroszkóp 70 keV mozgási energiájú elektronokat használ. Mekkora a hullámhossza ezeknek az elektronoknak, vagyis mekkora a mikroszkóp hozzávetőleges felbontása?

**95.** Mekkora energiájú elektronokat kell használnia annak az elektronmikroszkópnak, amellyel atomi felbontást szeretnénk elérni? Az atom átmérője nagyjából 0,1 nm.

**96.** Egy 45,5 g tömegű golflabdát 80 m/s sebességgel ütnek meg. Mekkora lesz ennek a golflabdának a de Broglie hullámhossza?

**97.** Egy bolha tömege 0,008 g. Egy ilyen bolha 20 cm magasra tud felugrani (hanyagoljuk el a légellenállást a számításnál). Nagyjából mekkora egy ilyen bolhának a de Broglie hullámhossza egyből az elugrás után?

**98.** Egy elektron, egy proton és egy alfa részecske mozgási energiája 150 keV. Mekkora ezeknek a részecskéknek a lendülete és de Broglie hullámhossza?

**99.** A reaktorban lévő lassú neutron mozgási energiája 0,02 eV. A neutron nyugalmi energiája 940 MeV. Mekkora a neutron de Broglie hullámhossza?

**100.** A proton nyugalmi energiája 938 MeV. Mekkora egy proton de Broglie hullámhossza, ha annak mozgási energiája 2 MeV?

**101.** Mekkora annak a protonnak a kinetikus energiája, amelynek de Broglie hullámhossza

- 0,1 nm
- 1 fm

- 102.** Azonos energiájú elektronokból álló nyaláb esik egy kettősrésre, amelynél a rések közötti távolság 54 nm. A résektől 1,5 méterre elhelyezett képernyőn sötét és világos vonalak keletkeznek. A világos csíkok között mért távolság 0,68 mm. Mekkora a nyalámban lévő elektronok mozgási energiája?
- 103.** Egy ismeretlen elem esetében a  $K_{\alpha}$  röntgenvonal hullámhossza 0,0721 nm. Melyik ez az elem?
- 104.** Mekkora a  $K_{\alpha}$  vonal hullámhossza a következő elemekre?  
a) magnézium            b) réz            c) urán
- 105.** Miközben a hidrogén atom elektronja legerjesztődik egy alacsonyabb energiájú állapotba, az atom által kibocsátott foton hullámhossza 1093,8 nm. Milyen átmenet zajlott le?
- 106.** Egyszeresen ionizált hélium 164 nm, 230,6 nm és 541 nm hullámhosszú fotonokat bocsát ki. Mely átmenetek vezetnek e fotonok kibocsátásához?
- 107.** Számítsuk ki, hogy hány  $mm^3$   $0^{\circ}C$ -os  $10^5$  Pa nyomású hélium keletkezik 1 g rádium alfa-bomlása során 1 év alatt! Az aktivitás régi egysége a curie (Ci) ( $= 3,7 \cdot 10^{10} Bq$ ) éppen 1 g Ra radioaktivitását jelentette. A Ra felezési ideje mellett az 1 év elhanyagolhatóan rövid idő.
- 108.** A természetes káliumnak 0,01 %-a a  $^{40}K$  izotóp (azaz minden tízezredik kálium atom 40-es tömegszámú). A  $^{40}K$  izotóp radioaktív, a felezési ideje 1,2 milliárd év, a kálium többi izotópja ( $^{39}K$  és  $^{41}K$ ) nem radioaktív. Számítsuk ki egy átlagos emberben lévő (nyilvánvalóan természetes izotóp-összetételű) 4 mólnyi mennyiségű kálium radioaktivitását!
- 109.** A plutónium egy nagyon veszélyes radioaktív anyag, amely a szervezetbe jutva a csontokban halmozódik fel, meggátolja a vörösvérsejtek termelődését és rákot is okoz. A  $^{239}Pu$  alfasugárzó 24360 év felezési idővel.  
a) Másodpercenként hány darab alfa-részecske keletkezik az áldozat csontvázában, ha az illető véletlenül lenyel 2  $\mu g$  plutóniumot?  
b) Hány év múlva csökken le az aktivitás 1000 Bq értékre?
- 110.** A földi légkörben kb. minden  $8,6 \cdot 10^{11}$  darab  $^{12}C$  magra jut egy  $^{14}C$  izotóp. A  $^{14}C$  izotóp radioaktív, felezési ideje 5730 év.  
a) Számítsuk ki 1 mol légköri  $CO_2$  gáz  $^{14}C$ -től eredő radioaktivitását!  
b) Hány év alatt csökken 20 %-kal a légkörből kivont szén radioaktivitása?
- 111.** Hány éve vágták ki azt a fát, amelynek maradványaiban a  $^{14}C$  fajlagos aktivitása (az inaktív szénre vonatkoztatva) 70%-a a frissen kidöntött fákban mért fajlagos aktivitásnak? A  $^{14}C$  felezési ideje 5730 év.
- 112.** Egy tó vizének térfogatát úgy mérik meg, hogy 740 MBq aktivitású radioaktív konyhasót szórnak bele. A NaCl molekulák 0,01 ezreléke tartalmaz radioaktív Na-atomot, a felezési idő 15 óra, a konyhasó móltömege 58,4 g.  
a) Hány gramm sót dobnak a tóba?  
b) Hány  $m^3$  víz van a tóban, ha 60 órával később egy 5 l-es vízminta aktivitását 370 Bq-nek mérik?
- 113.** A felszíni vizekben átlagosan  $10^{17}$  H-atomból egy darab hármas tömegszámú ( $^3H$  azaz trícium). A trícium radioaktív, felezési ideje 12,35 év.  
a) Számítsuk ki egy liter tiszta felszíni víz tríciumtól eredő radioaktivitását!  
b) Valaki a fejébe vette, hogy csak olyan bort hajlandó inni, amelynek tríciumtól eredő radioaktivitása 0,1 Bq/liter alatt van. Hány évvel a szüret után fogyaszthatja el a bort? Megjegyzés: A frissen készített bort tekintjük tiszta felszíni víznek (de csak a feladat szempontjából)!