

## Fizika II gyakorlat

*mérnökinformatikus BSc és villamosmérnök BSc  
szakos hallgatók számára*

**FEJLESZTÉS ALATT ÁLLÓ ÓRAVÁZLAT!  
FELHASZNÁLÁS CSAK SAJÁT FELELŐSSÉGRE!**

## BI-BV-91

Mekkora az elektron de Broglie hullámhossza, ha  $v = 3 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$  sebességgel mozog? (A Planck-állandó:  $h = 6.63 \cdot 10^{-34} Js$ ).

### Megoldás vázlat.

**Adatok:**  $v = 3 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$ ;  $h = 6.63 \cdot 10^{-34} Js$ ;  $m = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$ ;  $\lambda = ?$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} Js}{9.1 \cdot 10^{-31} kg \times 3 \cdot 10^6 \frac{m}{s}} = \underline{\underline{2.4 \cdot 10^{-10} m}}$$

**Megjegyzés.** Számításaink során elegendő volt felhasználni az elektron nyugalmi tömegét, mivel  $v/c \simeq 0.1$ .

## BI-BV-94

Egy elektronmikroszkóp  $70\text{keV}$  mozgási energiájú elektronokat használ. Mekkora a hullámhossza ezeknek az elektronoknak, vagyis mekkora a mikroszkóp hozzávetőleges felbontása?

### Megoldás vázlat.

**Adatok:**  $E = 70\text{keV}$ ;  $h = 6.63 \cdot 10^{-34}\text{Js}$ ;  $m = 9.1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$ ;  $\lambda = ?$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \implies p = \sqrt{2mE}$$

$$p = \sqrt{2 \times 9.1 \cdot 10^{-31}\text{kg} \times 7 \cdot 10^4 \times 1.6 \cdot 10^{-19}\text{J}} = 1.428 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2}}{1.428 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}} = \underline{\underline{4.64 \cdot 10^{-12}\text{m}}}$$

## BI-BV-94

Egy elektronmikroszkóp  $70\text{keV}$  mozgási energiájú elektronokat használ. Mekkora a hullámhossza ezeknek az elektronoknak, vagyis mekkora a mikroszkóp hozzávetőleges felbontása?

**Megjegyzés.** Számításink során a klasszikus mechanikában érvényben levő energia–impulzus egyenletet alkalmaztuk. A számításainkat végezzük el a speciális relativitás elmélete szerint érvényben levő egyenletekből kiindulva.  $m_0 = 9.1 \cdot 10^{-31}\text{kg}!!$

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0 \frac{v \cdot c}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 \gamma \beta c = 1.476 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

ahol  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  és  $\beta = v/c$ . Az eltérés  $\simeq 3\%$ . Alkalmazható a klasszikus tárgyalásmód.

## BI-BV-99

A reaktorban lévő lassú neutron mozgási energiája  $0.02\text{eV}$ . A neutron nyugalmi energiája  $940\text{MeV}$ . Mekkora a neutron de Broglie hullámhossza?

### Megoldás vázlat.

Adatok:  $E = 0.02\text{eV}$ ;  $E_0 = 940\text{MeV}$ ;  $h = 6.63 \cdot 10^{-34}\text{Js}$ ;  $\lambda = ?$

$$E_0 = m_0 c^2 \implies m_0 = \frac{E}{c^2} = \frac{9.4 \cdot 10^8 \times 1.6 \cdot 10^{-19}\text{J}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 1.67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$$

A **BI-BV-94** feladatban láthattuk, hogy ha  $70\text{keV}$  mozgási energiájú elektronok impulzusát határozzuk meg "klasszikusan" és "relativisztikusan" a kapott eredmények között  $\simeq 3\%$  az eltérés. A jelen feladatban a kisebb mozgási energiájú és az elektronénál jóval nagyobb nyugalmi tömegű neutronok impulzusát akarjuk meghatározni. Tehát a "klasszikus tárgyalásmód" alkalmazható.

## BI-BV-99

A reaktorban lévő lassú neutron mozgási energiája  $0.02\text{eV}$ . A neutron nyugalmi energiája  $940\text{MeV}$ . Mekkora a neutron de Broglie hullámhossza?

**Megoldás vázlat.**

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} \implies p = \sqrt{2mE} \quad (m \simeq m_0 = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg})$$

$$p = \sqrt{2 \times 1.671 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \times 2 \cdot 10^{-2} \times 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 3.27 \cdot 10^{-24} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}}{3.27 \cdot 10^{-24} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}} = \underline{\underline{2.02 \cdot 10^{-10} \text{ m}}}$$

**Szorgalmi feladat.** A neutron de Broglie hullámhosszának a meghatározása relativisztikus tárgyalásmód alkalmazásával.

## BI-BV-102

Azonos energiájú elektronokból álló nyaláb esik egy kettős résre, amelynél a rések közötti távolság  $54\text{nm}$ . A résektől  $1.5\text{m}$ -re elhelyezett képernyőn sötét és világos vonalak keletkeznek. A világos csíkok között mért távolság  $0.68\text{mm}$ . Mekkora a nyalábban lévő elektronok mozgási energiája?

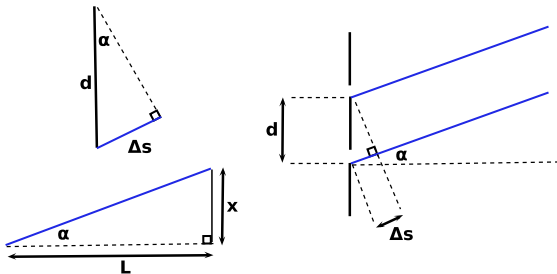
### Megoldás vázlat.

**Adatok:**  $d = 54\text{nm}$ ;  $x = 0.68\text{mm}$ ;  $L = 1.5\text{m}$ ;  $h = 6.3 \cdot 10^{-34}\text{Js}$ ;  
 $m = 9.1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$ ;  $E_{kin} = ?$

## BI-BV-102

Azonos energiájú elektronokból álló nyaláb esik egy kettős résre, amelynél a rések közötti távolság  $54\text{nm}$ . A résektől  $1.5\text{m}$ -re elhelyezett képernyőn sötét és világos vonalak keletkeznek. A világos csíkok között mért távolság  $0.68\text{mm}$ . Mekkora a nyalábban lévő elektronok mozgási energiája?

### Megoldás vázlat.





## BI-BV-102

Azonos energiájú elektronokból álló nyaláb esik egy kettős résre, amelynél a rések közötti távolság  $54\text{nm}$ . A résektől  $1.5\text{m}$ -re elhelyezett képernyőn sötét és világos vonalak keletkeznek. A világos csíkok között mért távolság  $0.68\text{mm}$ . Mekkora a nyalábban lévő elektronok mozgási energiája?

### Megoldás vázlat.

$\Delta s = d \cdot \sin(\alpha) = \lambda$  Az első és nullad rendet vesszük figyelembe.

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{x}{L} = \frac{6.8 \cdot 10^{-10}\text{m}}{1.5\text{m}} \implies \operatorname{tg}(\alpha) = 4.53 \cdot 10^{-4}$$

$\alpha$  egy kis szög, ezáltal:  $\sin(\alpha) \simeq \operatorname{tg}(\alpha)$  közelítést tehetjük.

$$\lambda = d \cdot \sin(\alpha) = 5.4 \cdot 10^{-8}\text{m} \times 4.53 \cdot 10^{-4} = 2.448 \cdot 10^{-11}\text{m}$$

## BI-BV-102

Azonos energiájú elektronokból álló nyaláb esik egy kettős résekre, amelynél a rések közötti távolság  $54\text{nm}$ . A résektől  $1.5\text{m}$ -re elhelyezett képernyőn sötét és világos vonalak keletkeznek. A világos csíkok között mért távolság  $0.68\text{mm}$ . Mekkora a nyalábban lévő elektronok mozgási energiája?

## Megoldás vázlat.

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{2.448 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = 2.71 \cdot 10^{-23} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\left(2.71 \cdot 10^{-23} \frac{\text{kgm}}{\text{s}}\right)^2}{2 \times 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = \underline{\underline{4.03 \cdot 10^{-16} \text{ J}}} = \underline{\underline{2.52 \text{ keV}}}$$

## Háttér ismeretek I.

**Gázok emissziója.** *Szilárdtestek* folytonos spektrumú sugárzást bocsájtanak ki. A kibocsájtott foton frekvenciája (energiája) tetszőleges lehet. *Magányos atomok esetén* vonalas szerkezetű spektrumokat tapasztaltak, azaz az atom által kibocsájtott foton frekvenciája csak jól meghatározott, diszkrét értékeket vehet fel. *A tapasztalt eredmény értelmezéséhez* fel kellett tételezni a következőt: **Atomok, molekulák energiája nem változhat tetszés szerint, csak jól meghatározott értékeket vehet fel.** Két állapot közti átmenet esetén igaz, hogy:

$$E_i - E_f = hf_{f \leftarrow i},$$

ahol,  $E_i$  a kezdeti állapot energiája;  $E_f$  a végállapot energiája;  $f_{f \leftarrow i}$  a kibocsájtott foton frekvenciája;  $h$  a Planck-állandó.

## Háttér ismeretek II.

### Bohr–posztulátumok.

- 1 Az atomokban az elektronok csak diszkrét  $E_1, E_2; \dots$ , energia szinteken tartózkodhatnak. Ezek az ún. *stacionárius állapotok*. A stacionárius állapotban lévő elektron nem sugároz.
- 2 Atomok akkor sugároznak, ha az egyik elektronjuk egy magasabb energiájú állapotból egy alacsonyabb energiájú állapotba kerül.

$$f_{f \leftarrow i} = \frac{E_{f \leftarrow i}}{h}, \quad E_{f \leftarrow i} = E_i - E_f.$$

## Háttér ismeretek II.

**A Hidrogén atom Bohr–modellje.** A Bohr–féle posztulátumokat figyelembe véve, a hidrogén atomban a proton körül keringő elektron energiájának kvantálnak, vagyis adagosnak kell lennie:

$$E_n = -E^* \frac{1}{n^2};$$

ahol  $E^* = 2.18 \text{ aj}$ ;  $n = 1, 2, \dots$  egy kvantumszám, amely az adott energia szintet jellemzi.

**Hidrogénszerű atomok.** Iménti modell jól működik a hidrogénszerű atomokra ( $\text{He}^+$ ;  $\text{Li}^{++}$ ):

$$E_n = -E^* Z^2 \frac{1}{n^2};$$

ahol  $Z$  az atom rendszáma.

## Háttér ismeretek II.

**Bevezetés BIBV-105 és BIBV-106 feladatokhoz.** Tegyük fel, hogy egy atom elektronjának a legerjesztődéséről van szó, tehát az atom fotont bocsájt ki.  $n \rightarrow m$  átmenet következik be. Ekkor:

$$E_n - E_m = hf_{m \leftarrow n}$$
$$\frac{-Z^2 E^*}{n^2} - \frac{-Z^2 E^*}{m^2} = hf_{m \leftarrow n}$$
$$\frac{Z^2 E^*}{h} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = f_{m \leftarrow n}$$

## BI-BV-105

Miközben a hidrogén atom elektronja legerjesztődik egy alacsonyabb energiájú állapotba, az atom által kibocsátott foton hullámhossza  $1093.8\text{ nm}$ . Milyen átmenet zajlott le?

### Megoldás vázlat.

**Adatok:**  $\lambda = 1093.8\text{ nm}$ ;  $n, m = ?$  ( $n$  és  $m$  pozitív egészek)

$$f_{m \leftarrow n} = \frac{E^*}{h} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad E^* = 2.18\text{ aJ} = 2.18 \cdot 10^{-18}\text{ J}$$

$$f_{m \leftarrow n} = c/\lambda = \left( 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) / \left( 1.0938 \cdot 10^{-6}\text{ m} \right) = 2.743 \cdot 10^{14}\text{ Hz}$$

$$E^*/h = 2.18\text{ aJ} / (6.63 \cdot 10^{-34}\text{ Js}) = 3.288 \cdot 10^{15}\text{ Hz}$$

$$\frac{hf_{m \leftarrow n}}{E^*} = \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad \frac{hf_{m \leftarrow n}}{E^*} = 0.08341$$

## BI-BV-105

Miközben a hidrogén atom elektronja legerjesztődik egy alacsonyabb energiájú állapotba, az atom által kibocsátott foton hullámhossza  $1093.8\text{ nm}$ . Milyen átmenet zajlott le?

### Megoldás vázlat.

Eddig egy egyenlettel és két ismeretlennel rendelkezünk, viszont figyelembe kell vennünk, hogy  $n$  és  $m$  pozitív egészek.

$$0.08341 = \frac{1}{3.46^2} < \frac{1}{3^2} \quad \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} < \frac{1}{m^2} \right)$$

Tehát az  $m=3$  kvantumállapotba történik az átmenet.

$$\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} = 0.08341 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{n^2} = 0.0277 \sim \frac{1}{36} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{n=6}}$$

Tehát a keresett átmenet a  $6 \rightarrow 3$  átmenet.



## BI-BV-106

Egyszeresen ionizált hélium  $164\text{nm}$ ,  $230.6\text{nm}$  és  $541\text{nm}$  hullámhosszú fotonokat bocsát ki. Mely átmenetek vezetnek e fotonok kibocsátásához?

### Megoldás vázlat.

**Adatok:**  $\lambda_1 = 164\text{nm}$ ;  $\lambda_2 = 230.6\text{nm}$ ;  $\lambda_3 = 541\text{nm}$ .  $n$  és  $m$  a fenti hullámhosszúságú fotonok esetén. Tekintsük példaként az első átmenetet, ahol  $\lambda = \lambda_1 = 164\text{nm}$ . Az ionizált hélium egy hidrogénszerű atom, amelynek rendszáma  $Z = 2 \rightarrow Z^2 = 4$ .

$$f_{m \leftarrow n} = \frac{4 \times E^*}{h} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right); \quad E^* = 2.18\text{eV} = 2.18 \cdot 10^{-18}\text{J}$$

$$\lambda = 164\text{nm} = 1.64 \cdot 10^{-7}\text{m} \rightarrow f_{m \leftarrow n} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8\text{m/s}}{1.64 \cdot 10^{-7}\text{m}} = 1.8293 \cdot 10^{15}\text{Hz}$$

$$\frac{h \times f_{m \leftarrow n}}{4 \times E^*} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34}\text{Js} \times 1.8293 \cdot 10^{15}\text{Hz}}{4 \times 2.18 \cdot 10^{-18}\text{J}} = 0.1391$$

## BI-BV-106

Egyszeresen ionizált hélium  $164\text{nm}$ ,  $230.6\text{nm}$  és  $541\text{nm}$  hullámhosszú fotonokat bocsát ki. Mely átmenetek vezetnek e fotonok kibocsátásához?

**Megoldás vázlat.**

$$\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} = 0.1391 = \frac{1}{2.68^2} \rightarrow \underline{\underline{m=2}}$$

$$\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} = 0.1391 \rightarrow \frac{1}{n^2} = 0.25 - 0.1391 = 0.1109 \sim \frac{1}{9} \rightarrow \underline{\underline{n=3}}$$

Tehát a  $\lambda_1 = 164\text{nm}$  hullámhosszúságú foton kibocsátásához a  $3 \rightarrow 2$  átmenet vezet.

**Ajánlott feladat.**

$\lambda_2 = 230.6\text{nm}$ ;  $\lambda_3 = 541\text{nm}$  hullámhosszúságú fotonokhoz tartozó átmenetek megkeresése.

**KÖSZÖNÖM A FIGYELMET!**