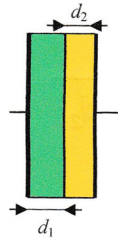


90. Síkkondenzátor tökéletesen vezető elektródái közötti teret homogén rétegekkel töltjük ki, amelyek vastagsága  $d_1$  és  $d_2$ , vezetőképessége  $\sigma_1$  és  $\sigma_2$ , permittivitása  $\epsilon_1$  és  $\epsilon_2$ . Számítsuk ki az áramsűrűséget és a két réteg határán ülő töltések felületi sűrűségét, ha az elektródák közé  $U$  feszültséget kapcsolunk. (A  $d_1, d_2$  vastagságok sokkal kisebbek, mint a fegyverzetek hosszmeretei). Lásd az ábrán!

Ez természetesen nem egy normál módon működő kondenzátor, hiszen átvezet a lemezek között.



Szükséges plusz info:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

Az áramsűrűség arányos a térerősséggel, arányossági tényező a vezetőképesség. (differenciális Ohm-törvény)

Mintán kialakult egy egyensúlyi helyzet, vagyis stacionárius áramlás, a két darabon ugyanannyi töltésnek kell átfolytania időegységenként:

$$I_1 = I_2 = I$$

Mivel a keresztmetset ugyanaz ( $A$ ), ezért az áramsűrűségek is megegyeznek:  $j_1 = j_2 = j = \frac{I}{A}$

A differenciális Ohm-törvényből:

$$j_1 = j_2 \rightarrow \sigma_1 E_1 = \sigma_2 E_2 \rightarrow E_2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} E_1$$

Továbbá a feszültségre felírhatjuk:  $U = U_1 + U_2$

$$\text{Tehát: } U = E_1 d_1 + E_2 d_2 = E_1 d_1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} E_1 d_2 = E_1 \left( d_1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} d_2 \right)$$

Innen megkapjuk a térerősségeket:

$$E_1 = \frac{U}{d_1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} d_2}$$

$$\text{és } E_2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} E_1 = \frac{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} U}{d_1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} d_2} = \frac{U}{\frac{\sigma_2}{\sigma_1} d_1 + d_2}$$

Az elektromos indukció nagyságára:

$$D_1 = \epsilon_1 E_1 \quad \text{és} \quad D_2 = \epsilon_2 E_2 \quad (\epsilon_1 \text{ és } \epsilon_2 \text{ most abszolút permittivitás})$$

$\uparrow$   $\epsilon_0 \epsilon_{r1}$        $\uparrow$   $\epsilon_0 \epsilon_{r2}$

$$D_1 = \epsilon_1 \frac{U}{d_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} d_2} \quad D_2 = \epsilon_2 \frac{U}{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} d_1 + d_2}$$

$$D_1 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 U}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2} \quad D_2 = \frac{\epsilon_2 \epsilon_1 U}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2} \quad (\text{ne legyenek emeltes törtök})$$

A  $\vec{D}$  merőleges a határfelületre. Az elektromos indukcióra vonatkozó határfeltétel:  $D_{2n} - D_{1n} = \sigma$  (lásd diák)

↖ határfelületen megjelenő töltés felületi sűrűsége.  
Nem vezetőképeség itt!

Tehát a két réteg közötti határfelületen a felhalmozódó töltés egységnyi keresztmetszetre:

$$\sigma = D_2 - D_1 = \frac{\epsilon_2 \epsilon_1 U}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2} - \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 U}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2} = \frac{U}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2} (\epsilon_2 \epsilon_1 - \epsilon_1 \epsilon_2)$$

Az ábrán feltételeztem, hogy ez pozitív, tehát  $D_2 > D_1$ .

Ha ez nem igaz, akkor negatív töltések halmozódnak fel.