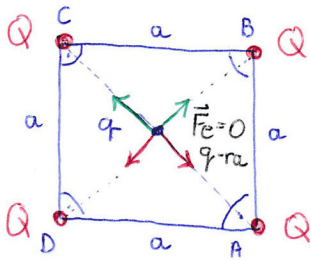


79. Egy négyzet csúcaiban azonos Q töltésű pontszerű testek vannak. Mennyi a négyzet középpontjában elhelyezkedő ötödik részecske töltése (q), ha a rendszer egyensúlyban van?

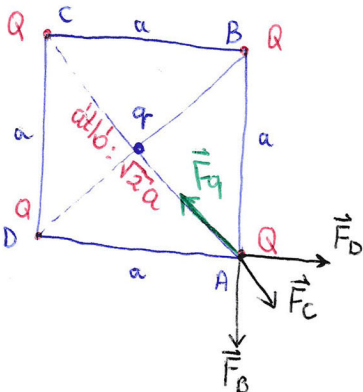


A rendszer akkor van egyensúlyban, ha bármelyik tagjára $\vec{F}_e = 0$ írható

A q töltés mindenképp egyensúlyban van középen, mert a szemkölti Q töltések egyformán vonzák vagy taszítják az előjelek viszonyától függően.

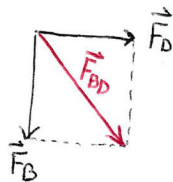
Az ABCD pontokban lévő Q töltéseket a többi taszítja, ezért a négyzet szétrepülne, ha az ellentétes töltésű q vonzása nem tartaná össze! Tehát $q = -\alpha Q$ alakban keressük q -t, ahol $\alpha > 0$.

Az ABCD csúcsokban lévő Q töltésekre is $\vec{F}_e = 0$ feltételek kell teljesülni. Viszont a négyzet 90° -os elforgatására nézve szimmetrikus a közepe körül, tehát csak az egyiket elég megnézni. Legyen pl. a Q az A pontban.



$\vec{F}_e = 0$ feltétel

Az A pontban lévő Q töltésre 4 db erő hat: $\vec{F}_e = \vec{F}_B + \vec{F}_D + \vec{F}_C + \vec{F}_q = 0$



Az \vec{F}_D és \vec{F}_B ugyanakkora és merőleges.
Eredőjük hossza:

$$F_{BD} = \sqrt{2} F_B = \sqrt{2} F_D$$

Az \vec{F}_{BD} eredő iránya az átlóval párhuzamos, tehát \vec{F}_C -vel egyirányú.
Ezért $\vec{F}_{BCD} = \vec{F}_{BD} + \vec{F}_C$ eredő hossza: $F_{BCD} = F_{BD} + F_C$

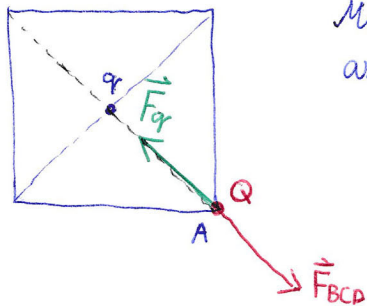
Coulomb-törvénye:

$$F_D = F_B = k \frac{Q^2}{a^2}$$

$$F_C = k \frac{Q^2}{2a^2}$$

$$F_q = \left| k \frac{qQ}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} \right| = -k \frac{qQ}{\frac{a^2}{2}}, \text{ mert } qQ < 0! \quad (q = -\alpha Q)$$

$$\text{Tehát } F_{BCD} = F_{BD} + F_C = \sqrt{2} F_B + F_C = \sqrt{2} k \frac{Q^2}{a^2} + k \frac{Q^2}{2a^2}$$



Mivel a q az átlón helyezkedik el középen, az \vec{F}_q erő is az átlóval lesz párhuzamos.

Mivel $qQ < 0$, ezért vonzás van, és az \vec{F}_q ellentétes irányú, mint az \vec{F}_{BCD}

Akkor lesz $\vec{F}_e = 0$, ha $F_q = F_{BCD}$

(a két vektor homorú egyenlő)

[Irányuk viszont ellentétes!]

$$[\vec{F}_q = -\vec{F}_{BCD}]$$

Tehát az egyensúly feltétele:

$$F_q = F_{BCD}$$

$$-\frac{kqQ}{2} = \sqrt{2} k \frac{Q^2}{a^2} + k \frac{Q^2}{2a^2} \quad /: \left(\frac{-kQ}{a^2} \right)$$

$$2q = -\sqrt{2}Q - \frac{Q}{2}$$

$$q = -\frac{Q}{2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right)$$

$$q = -Q \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4} \right) = \underline{\underline{-0,957Q}}$$