

KOVÁCS ENDRE, PARIPÁS BÉLA,

# FIZIKA I.

11



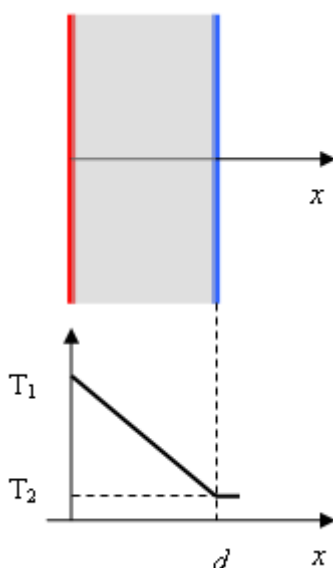
A Műszaki Földtudományi Alapszak tananyagainak kifejlesztése a  
TÁMOP 4.1.2-08/1/A-2009-0033 pályázat keretében valósult meg.

## XI. A HŐ TERJEDÉSE

### 1. HŐVEZETÉS (KONDUKCIÓ)

A hővezetés során a hőenergia valamely anyagban úgy jut el a melegebb helyről a hidegebbre, hogy közben makroszkopikus anyagáramlás nem történik.

Vizsgáljunk meg két  $A$  nagyságú felületet, közöttük valamilyen anyaggal. Legyen a két felület hőmérséklete  $T_1$  és  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ), távolságuk  $d$ . A két felületet állandó hőmérsékleten tartjuk, így stacionárius áramlás jön létre, bármely adott pontban a hőmérséklet időben állandó.



Ekkor a  $T_1$  hőmérsékletű (az ábrán bal oldalt elhelyezkedő, pirossal jelölt) felületről a  $T_2$  hőmérsékletű (kékkel jelölt) felületre áramlott hő egyenesen arányos a felületek nagyságával, az eltelt idővel, a hőmérsékletkülönbséggel (ez utóbbi a nem triviális), és fordítottan arányos a felületek távolságával:

$$Q = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{d} \Delta t$$

Itt a  $\lambda$  az anyagi minőségtől függő állandó, a két felület közötti teret kitöltő anyag hővezető-képességét jellemzi (pontosabban megvizsgálva kismértékben a hőmérséklettől is függ). A törvényt differenciális alakját úgy kapjuk, hogy bevezetjük a **hőáramsűrűség-vektort**, amely az egységnyi felületen egységnyi idő alatt átáramlott hőenergiát adja meg (mértékegysége  $J/m^2s$ ), iránya pedig minden pontban megegyezik az ottani hőáramlás irányával. A fenti egyenletet osztjuk az idővel és a felülettel, majd  $\lim_{d \rightarrow 0}$  határértéket veszünk. Ekkor, ha a hő az  $x$  tengely irányában terjedt, a hőáramsűrűség nagyságára azt kapjuk, hogy

$$j_D = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

A negatív előjel azért jelenik meg, mert a hő az alacsonyabb hőmérsékletű hely felé, vagyis a hőmérséklet növekedésével ellentétes irányba áramlik. A törvényt úgy nevezik, hogy a **hővezetés első Fourier törvénye**, általános alakja:

$$\vec{j}_D = -\lambda \text{grad}T$$

Vizsgáljunk olyan elrendezést, ahol a két lemez távolsága sokkal kisebb, mint a lemezek lineáris méretei (pl. átmérője). Így módon feltehetjük, hogy a széleken oldalirányban ( $y$  és  $z$ ) nem terjed hő, csak  $x$  irányban. Ekkor viszont stacionárius esetben a két lemez között lévő bármely, a lemezekkel párhuzamos felületen időegység alatt ugyanannyi hő áramlik át, vagyis a  $j_Q$  áramsűrűség (esetleg a szélektől eltekintve) mindenhol ugyanannyi. Ebből viszont az következik, hogy a

hőmérséklet hosszegységre eső  $\frac{dT}{dx}$  megváltozása is mindenhol ugyanannyi, vagyis az  $x$  függvényében ábrázolva a

hőmérsékletet, lineárisan csökkenő függvényt kapunk (ennek konstans a deriváltja). Ezt láthatjuk az ábra alsó részén. Eredményünk nem csak arra az esetre vonatkozik, amikor a lemezek felülete nagy, hanem arra is, amikor oldalirányban nagyon jó hőszigetelő veszi körül a közeget, pl. egy fémrúdra, amelynek egyik végét magas, másik végét alacsony hőmérsékleten tartjuk.

A fémek hővezető-képessége általában nagyobb, mint más szilárd testeké. Folyadékok hővezető-képessége általában kisebb a szilárd testekénél, a gázok pedig a legrosszabb hővezetők közé tartoznak. A legjobb hőszigetelő ebből a szempontból a vákuum.

A hő vezetési terjedésekor lényegében arról van szó, hogy a test magasabb hőmérsékletű helyén levő és nagyobb kinetikus energiával rendelkező molekulák érintkezés folytán energiát adnak át a velük szomszédos, alacsonyabb hőmérsékletű helyen levő, kisebb energiával rendelkező molekuláknak.

Minél szorosabb a kapcsolat a molekulák között, annál gyorsabb az energiaátadás. Ezért jó hővezetők a szilárd testek, és rossz hővezetők a gázok. Fémeknél az energia-továbbításban lényeges szerepet játszanak a szabad elektronok, amelyek egyébként a fémek jó elektromos vezetőképességéért is felelősek. Ezzel magyarázható, hogy a fémek hő- és elektromos vezetőképessége között jó közelítéssel egyenes arányosság áll fenn.

Az animáció segítségével tanulmányozhatja a most tanultakat:



## 2. KONVEKCIÓ

Ha vízzel töltött edényt a főzőlapra helyezünk, az edény aljával érintkező vízréteg vezetés útján hőt vesz fel. A felmelegedett víz kisebb sűrűsége folytán felszáll, és helyét a lesüllyedő nagyobb sűrűségű, hidegebb víz foglalja el, amely ugyancsak felmelegszik, felszáll és így tovább.

A hő terjedésének ezt a módját **konvekciónak** nevezzük. Hővezetéskor a test nyugalomban van, és csak a hőenergia áramlik, konvekció esetén az anyag atomjai, ill. molekulái is áramlásban vannak, és ezek az áramló részecskék viszik

magukkal az energiát.

Az animáció segítségével tanulmányozhatja a most tanultakat:



Folyadékokban és gázokban a hő főként konvekció útján terjed, és ha ennek kialakulását gátoljuk, gyakorlatilag csak a vezetés jön számításba. Minthogy pedig a folyadékok és gázok hővezető-képessége kicsi, ilyen körülmények között (főként a gázok) jó hőszigetelők. Például könnyen kitalálható, hogy miért nem felülről melegítjük a vizet a gáztűzhelyen. Ekkor a felül lévő kitágult víz továbbra is felül maradna és alulra csak a lassabb hővezetéssel jutna el a hő.

Sok hőszigetelő anyagban (hungarocell, üvegyapot, azbeszt, homok, salak stb.) apró, bezárt légbuborékok vannak, és az ilyen anyagok éppen ezért jó hőszigetelők. A ruházat melegítő hatása is a ruha anyagába zárt légbuborékok hőszigetelő hatásával függ össze.



**Hungarocell**

*A polisztirolhab szemcséi között levegő-buborékok maradnak, ettől jó hőszigetelő.*

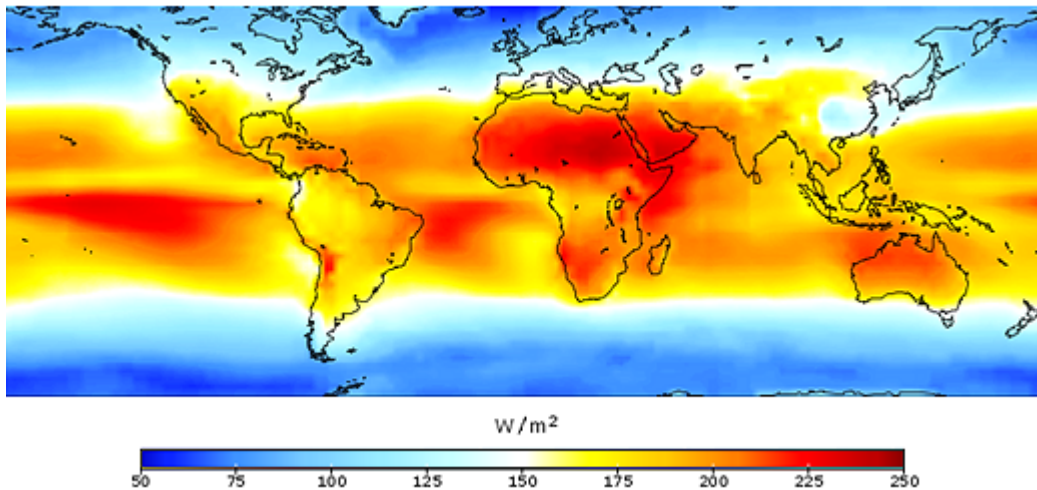
### 3. SUGÁRZÁS

Míg ahhoz, hogy a hő *vezetés* és *konvekció* útján terjedjen, *közegre* van szüksége, amely a hőt közvetíti, ill. szállítja, addig a sugárzással való terjedéshez nincs szükség közegre. A sugárzás légüres téren keresztül is terjed.

#### PÉLDA

A Nap melege a Földre sugárzás útján jut el. A fűtőtest nemcsak vezetéssel és konvekcióval, hanem sugárzás révén is ad le hőt környezetének.

Az olyan sugárzást, amely egy test hőenergiájának rovására megy végbe (adott test esetén csak annak hőmérsékletétől függ), **hőmérsékleti sugárzásnak** nevezzük. A hőmérsékleti sugárzás *elektromágneses sugárzás*, vákuumban terjed a leggyorsabban ( $3 \cdot 10^8$  m/s sebességgel). A hőmérsékleti sugárzással részletesebben a következő félévben fogunk foglalkozni.



A Földre érkező átlagos napi napsugárzás energiája [1]

## 4. PÉLDÁK

#### PÉLDA

### PÉLDÁK A MINDENNAPI ÉLETBŐL

Egy szoba fűtéskor a hő a fűtőtest falán át vezetéssel jut el a vele érintkezésben levő levegőhöz, amely azután már konvekció révén melegszik fel. A falak és a szobában levő tárgyak részben közvetlenül a fűtőtesttől kapják a hőt sugárzás útján, részben pedig a circulating levegőtől vezetés útján. A falak és az ablakok mentén mindig van ezek által "megkötött" levegőréteg, amely a konvekcióban nem vesz részt, és rossz hővezető-képessége révén nagymértékben gátolja a hő elillanását a szabadba. – Hatalmas mennyiségű hőt szállító konvekciók a szelek és a tengeráramlatok (pl. a Golf-áramlat). Megjegyezzük, hogy a fenti összefüggések (pl. a Fourier-törvény) konvekcióra és sugárzásra nem vonatkoznak.

#### PÉLDA

### MILYEN GYORSAN HŰL LE EGY MELEG TEST?

Tegyünk nagy mennyisége miatt állandó hőmérsékletűnek tekintett vízbe egy kis méretű, magas hőmérsékletű fémgolyót. Jelöljük  $T$ -vel azt a hőmérsékletet, amennyivel a golyó pillanatnyilag melegebb a víznél,  $T_0$ -lal ennek kezdeti értékét, vagyis a kezdeti hőmérsékletkülönbséget. Kérdés, hogy milyen ütemben hűl le a golyó. Mivel a leadott hő a pillanatnyi hőmérsékletkülönbséggel és az eltelt idővel arányos:  $dQ = -kTdt$ , ahol a  $k$ -ban benne van a fenti  $\lambda$ , valamint a geometriai adatok (pl. felület), a negatív előjel pedig azért van, mert a golyó leadja a hőt. A bal oldalt a hőmérsékletváltozással kifejezve:  $dQ = CdT$ , ahol  $C$  a hőkapacitás. Legyen  $K = k/C$ , ezzel a differenciálegyenlet:

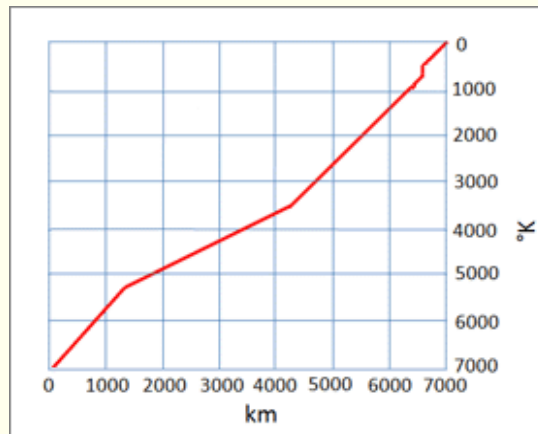
$$\frac{dT}{dt} = -KT$$

Ennek megoldása:  $T = T_0 e^{-Kt}$ . Ez azt jelenti, hogy a golyó hőmérséklete exponenciálisan csökken, és ahogy a hőmérsékletkülönbség csökken, úgy csökken a hűlés üteme is.

### GYAKORLATI ALKALMAZÁS: GEOTERMIKA

A Föld felszíne alatt azt tapasztaljuk, hogy a mélység növekedésével nő a hőmérséklet is. Ennek a jellemzésére a *geotermikus gradienst* használjuk, mely megmutatja, hogy egységnyi mélységváltozásra mekkora hőmérsékletváltozás jut [ $^{\circ}\text{C}/\text{m}$ ], [ $^{\circ}\text{C}/\text{km}$ ]. A világon átlagosan ez az érték  $30^{\circ}\text{C}/\text{km}$ , Magyarországon ez magasabb kb.  $50^{\circ}\text{C}/\text{km}$  (a Vezúv környékén  $140^{\circ}\text{C}/\text{km}$ ). Ez azért lehetséges, mert Magyarország olyan helyen fekszik, ahol az átlagostól jóval vékonyabb, 24-27 km a Föld kérgé. Emellett nagy vastagságú, hőszigetelő képződmények (agyag, homok) vannak jelen az országunkat is magába foglaló Pannon-medencében.

Egyes feltételezések szerint a Föld belső magjának hőmérséklete  $5000\text{-}6000^{\circ}\text{C}$ -os, de már 500 km mélyen  $1500^{\circ}\text{C}$  van. A Föld belsejéből a hő a felszín felé áramlik. A mérések szerint ezen áramlás hőáramsűrűségének egész Földre vonatkozó átlagértéke  $74\text{ mW}/\text{m}^2$ . Magyarországon ez is magasabb, kb.  $90\text{ mW}/\text{m}^2$ , a fentebb már említett okok miatt. A Föld belső hőjének eredetét legnagyobb részt a Föld belsejében végbemenő radioaktív bomlások hőtermelésével magyarázzák. Ezen kívül kis részben a tektonikai lemezek mozgása közben keletkező súrlódási hő is hozzájárul.



A hőmérséklet változása a Föld középpontja felé haladva

Hőmérséklet-méréssel kimutathatók a felszín alatti vizek is. Ezek (pl.: áramló karsztvíz) lehűtik környezetüket, ezáltal hőmérsékleti minimumot okoznak. A kimért minimumok helyén megcsapoló kutak telepítésével a víz kinyerhető. Példának okáért a padragi bányáüzemben ilyen módszerrel védekeztek a vízbetörés ellen.

### SZÁMOLÁSI FELADAT

#### GYAKORLATI FELADAT 1

Egy bérházi lakás egyik szobájának  $11\text{ m}^2$  felszínű fala néz az utca felé. A fal hővezetési tényezője  $\lambda_{fal} = 1\text{ W}/\text{mK}$ , vastagsága pedig  $d_{fal} = 15\text{ cm}$ . Számítsa ki, hogy télen mekkora teljesítménnyel "fűti" a szoba az utcát, amikor a fal szobaoldali hőmérséklete  $T_{szoba} = 18^{\circ}\text{C}$ , a külső hőmérséklete pedig  $T_{kültér} = -8^{\circ}\text{C}$ .

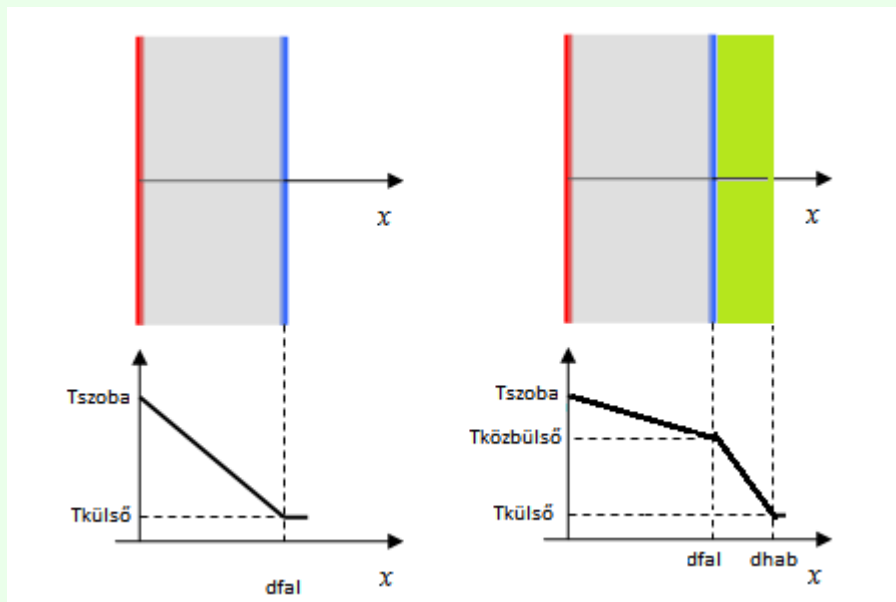
#### Megoldás

A hőáram egyrétegű síkfal esetén arányos a fal két felületének hőmérsékletkülönbségével:  $18 - (-8) = 26^{\circ}\text{C}$ , a fal hővezetési tényezőjével, továbbá arányos a hőáram irányára merőleges felülettel:  $11\text{ m}^2$ . Viszont fordítottan arányos a fal vastagságával:  $0,15\text{ m}$ . Tehát a kialakult hőáram:  $Q = 1 \cdot 26 \cdot 11 / 0,15 = 1907\text{ W}$ .

### SZÁMOLÁSI FELADAT

## GYAKORLATI FELADAT 2

Az előző példában szereplő falat hőszigeteltük egy  $d_{hab} = 8$  cm vastag habszivacsréteggel, melynek hővezetési tényezője  $\lambda_{hab} = 0,04$  W/mk. Számítsa ki, hogy mennyivel csökkent az utcát melegítő teljesítmény, ha a fal belső hőmérséklete továbbra is  $T_{szobá} = 18^\circ\text{C}$ , a szigetelés felszíne pedig  $-T_{külső} = -8^\circ\text{C}$ .



### Megoldás

Stacionárius esetet vizsgálunk, ezért a folyamatban a hőáram állandó értékű. Ez azt jelenti, hogy a  $Q$  hőáram megegyezik mind a falban, mind a szigetelésben:

$$Q = Q_{fal} = Q_{hab}$$

Továbbá

$$T_{szobá} - T_{külső} = (T_{szobá} - T_{közbsűső}) + (T_{közbsűső} - T_{külső}) \quad (1)$$

$$Q_{fal} = \lambda_{fal} \cdot A \cdot (T_{szobá} - T_{közbsűső}) / d_{fal} \quad (2)$$

$$Q_{hab} = \lambda_{hab} \cdot A \cdot (T_{közbsűső} - T_{külső}) / d_{hab} \quad (3)$$

A (2) és (3) egyenletekből a hőmérsékletkülönbségeket kifejezve, majd azokat az (1) egyenletbe helyettesítve megkapjuk a hőáramot:

$$Q = A \cdot (T_{szobá} - T_{külső}) / (d_{fal} / \lambda_{fal} + d_{hab} / \lambda_{hab})$$

Tehát a kialakult hőáram csupán 133 W.

## BIBLIOGRÁFIA:

[1] Forrás: NOAA.

