Kovács Endre, Paripás Béla,

Fizika II.

3

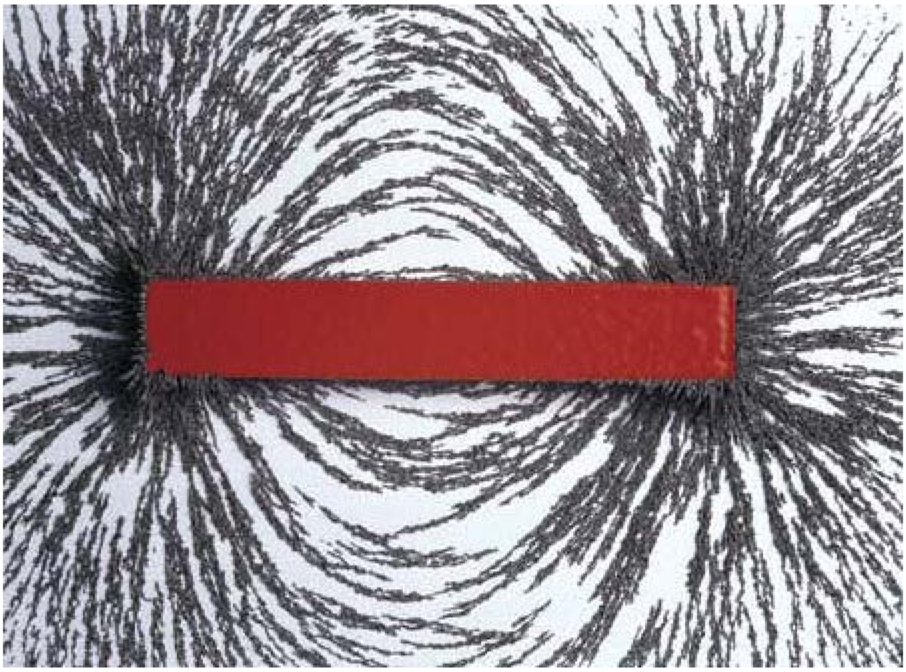
Új Magyarország Fejlesztési Terv

A Műszaki Földtudományi Alapszak tananyagainak kifejlesztése a
TÁMOP 4.1.2-08/1/A-2009-0033 pályázat keretében valósult meg.

III. MÁGNESESSÉG

1. MÁGNESES ALAPJELENSÉGEK

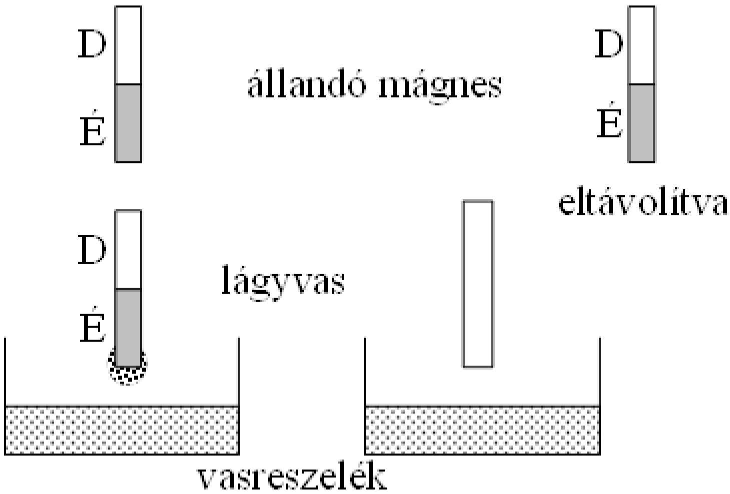
Egyes vasércek, például magnetit (Fe_3O_4) képesek apró vasdarabokat magukhoz vonzani. A mágneses test és a vasdarab között mindig vonzó a kölcsönhatás. Az ilyen mágneseket permanens vagy *állandó mágneseknek* nevezzük. Tapasztalat szerint az acél felmágnesezhető egy mágneses érc segítségével. Egy acél mágnestű két végét pólusnak nevezzük, a vasreszelék csak ide tapad. Ezt a jelenséget egy mágnesrúd segítségével könnyen bemutathatjuk.



Vasreszelék rúdmágnes körül

Tapasztalat szerint egy felfüggesztett mágnestű a földrajzi É-D irányba áll be, tehát a Földnek is van mágneses mezője. Azt a pólust, amely a stabil egyensúlyi helyzetben É- felé néz, É-i pólusnak nevezzük, a másikat, pedig D-i pólusnak. Két mágnestű egynemű pólusait közelítve taszítóerő, a különnemű pólusok között, pedig vonzóerő lép fel.

A lágyvas felmágnesezhető, azonban a mágnes eltávolításakor mágneses tulajdonságát elveszti. A jelenséget *mágneses polarizációnak* nevezzük.



A lágyvas felmágnesezése

ANIMÁCIÓ

A tapasztalat szerint semmilyen módon nem érhető el, hogy egy testben a kétfajta mágnesség közül az egyik túlsúlyba kerüljön. Még az elemi részeknek, például az elektronnak is ugyanannyi az É-i, mint a D-i mágnessége. Mágneses töltés, *mágneses monopólus* tehát *nem létezik*. A legegyszerűbb mágneses alakzat a mágneses dipólus. Az elektromos influenciának, vagy megosztásnak nincs mágneses megfelelője.

A tapasztalat szerint a mozgó töltés, például árammal átjárt vezető közelébe helyezett mágnestű elfordul. A mozgó töltés tehát nemcsak elektromos, hanem mágneses mezőt is kelt, és ebben a mágneses dipólusra forgatónyomaték hat. A hatás kölcsönös, mivel áramjárta vezetőre mágneses mezőben erő hat, ezt *Ampere-erő*nek nevezzük.

A mágneses indukció-vektor bevezetése

A mágneses mezőt jellemző vektort, a $\vec{B}$ mágneses indukcióvektort az Ampère-erő segítségével definiáljuk. Tekintsünk egy áramjárta egyenes vezetőt, amelyet a (homogén) mágneses mező egy tetszőleges pontjába helyezzük, és mérjük a rá ható erőt. A vezetőre jellemző adatok az áramerősség I, és az az $\vec{l}$ vektor, amely az áram irányába mutat, hossza pedig megegyezik a vezető hosszával.

A mérési tapasztalatok szerint a vezetőre ható erő mindig merőleges a vezetőre: $\Delta\vec{F} \perp \vec{\ell}$. Homogén térben mindig felvehető egy olyan kitüntetett *e* egyenes, amelynek irányába állítva az vezetőt $\vec{\ell} \parallel e$, rá erő nem hat, $\vec{F} = \vec{0}$. Ha a vezető α szöget zár be az *e* egyenessel, akkor az erő merőleges az $\vec{\ell}$ és *e* síkjára és nagysága arányos az I árammal, az $\vec{\ell}$ vektor ℓ hosszával, valamint a közbezárt szög szinuszával. A $\frac{F}{\mathrm{I}\ell\sin\alpha}$ hányados az áramelem adataitól már nem függ, kizárólag a mágneses mezőt jellemzi, ezt nevezzük a mágneses indukció nagyságának.

$$B = \frac{F}{\mathrm{I}\ell\sin\alpha}$$

A mágneses indukció iránya pedig párhuzamos az *e* kitüntetett egyenessel, és értelme olyan, hogy $\vec{\ell}$, $\vec{B}$ és $\vec{F}$, ebben a sorrendben jobbsodrású rendszert alkosson: $\left(\vec{\ell}, \vec{B}, \vec{F}\right)$. A mágneses indukció mértékegysége:

$$\left[B\right] = 1\frac{N}{Am} = 1\frac{Nm}{Am^2} = 1\frac{VAs}{Am^2} = 1\frac{Vs}{m^2} = 1tesla = 1T$$

Ezt felhasználva az **Ampère-erő** *képlete*:

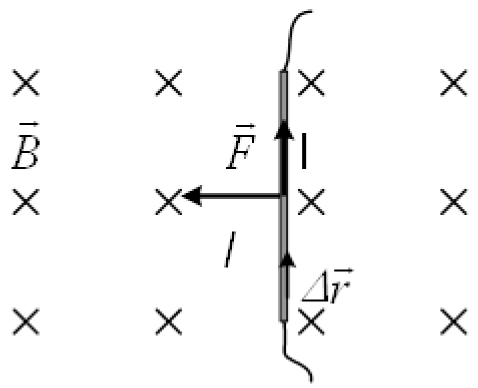
$$\boxed{\vec{F} = \mathrm{I}\vec{\ell} \times \vec{B}}$$

Ha a vezető nem egyenes, vagy a tér nem homogén, akkor kicsi $\Delta\vec{r}$ darabokra kell osztani a vezetőt. Az ilyen darabokra ható erő:

$$\Delta\vec{F} = \mathrm{I}\Delta\vec{r} \times \vec{B}$$

Egy vékony vonalas vezetőre ható erőt a vezetőszakaszra való integrálással kaphatjuk meg:

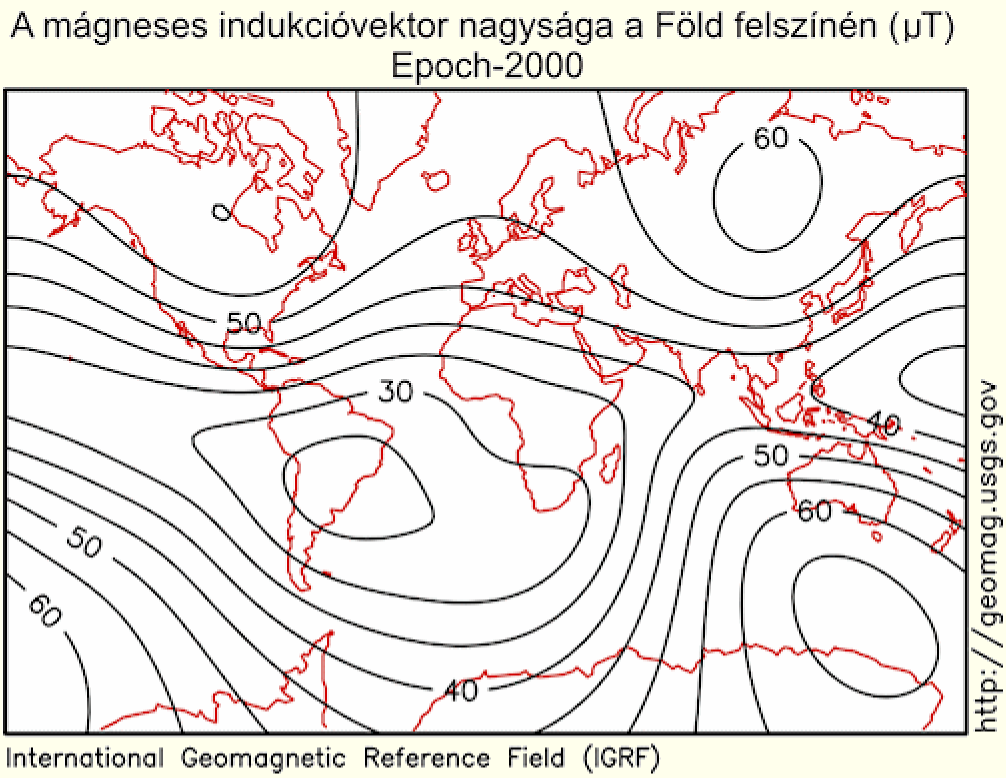
$$\vec{F} = I\int(d\vec{r} \times \vec{B})$$



Ampère-erő iránya

Tekintsünk egy *l* hosszúságú *A* keresztmetszetű vonalas vezetőszakaszt, és az legyen merőleges a homogén mágneses mezőre (lásd az ábrát). Ekkor az erő iránya az ábrán látható, a nagysága pedig: $F = B\mathrm{I}l$. Ha a vezeték α szöget zár be a $\vec{B}$ mágneses indukcióval, akkor: $F = B\mathrm{I}l\sin\alpha$

A Földnek is van mágneses tere. A mérések és elméleti vizsgálatok szerint az állandó tér 99%-a a Föld belsejéből származik. A Föld mágneses terét a mágneses indukcióvektorral, illetve annak vertikális és horizontális komponenseivel jellemezhetjük. Geofizikai mérések szerint a mágneses indukcióvektor nagysága $25-65\,\mu T$ intervallumon változik (1. ábra). Az időbeli változás szintén jelentős. Az évszázados változás a földi mágneses térben 100 évenként néhány százalékos változást hoz, egyes helyeken azonban évi 0,1 μT változást is mértek. A mágneses tér napi változásának nagysága 0,05-0,1 μT lehet, azonban mágneses viharok hatására 0,1-1 μT-ás változások is felléphetnek..



1. ábra

A Lorentz-erő

Tegyük fel az egyszerűség kedvéért, hogy a vezetőben folyó I áram azt jelenti, hogy N db q töltésű elektron ugyanazon v sebességgel halad az ℓ hosszúságú vezetőben, (azaz ugyanazon Δt idő alatt teszi meg az ℓ távolságot) ekkor I=Nq/Δt és v= ℓ /Δt. Ezeket az Ampere-erő képletébe beírva az N db elektronra ható erő:

$$F = BI\ell = BNq \cdot \ell / \Delta t = BNqv$$

Vagyis az egy elektronra ható erő

$$F = qvB$$

Általánosan egy $\vec{B}$ mágneses térben $\vec{v}$ sebességgel mozgó, q töltésű részecskére ható erő, az ún. **mágneses Lorentz-erő**:

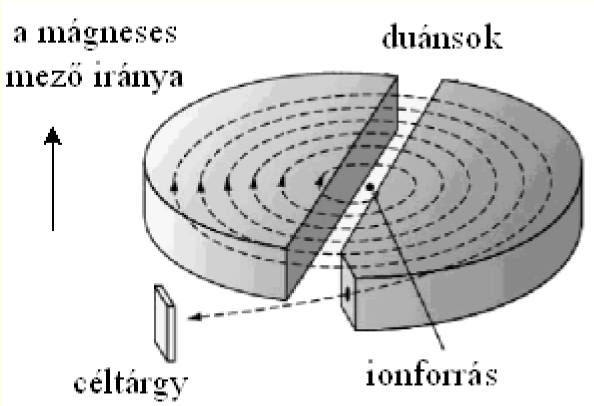
$$\boxed{\vec{F}=q\,\vec{v}\times\vec{B}}$$

Ez az erő merőleges a sebességre és a mágneses indukcióra, $\left(\vec{v},\vec{B},\vec{F}\right)$ ilyen sorrendben jobbsodrású rendszert alkot. Ha elektromos tér is van jelen, a q töltésre az $\vec{F}=q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$ elektromágneses Lorentz-erő hat.

Az áram a töltéshordozók rendezett mozgása. Az áramvezetőre azért hat erő a mágneses mezőben, mert a mozgó töltéshordozókra hat erő, és mivel ezek a vezetőhöz vannak kötve, az erő átadódik a vezető testének.

A (mágneses) Lorentz-erő minden pillanatban merőleges a sebességre, ezért a sebesség nagysága nem változik, csak az iránya (vagyis a mágneses Lorentz-erő teljesítménye nulla). Például, ha $\vec{v}$ merőleges $\vec{B}$-re, a töltött részecske körpályára kényszerül, ha $\vec{v}$ nem merőleges $\vec{B}$-re, akkor a töltés csavarvonal mentén mozog.

Alkalmazás: A Lorentz-erőnek fontos szerepe van akkor, amikor töltött részecskéket akarnak eltéríteni, illetve gyorsítani. A ciklotron egy olyan részecskegyorsító, amiben a Coulomb erőt használják a sebesség nagyságának növelésére és a Lorentz erőt a részecske körpályán tartására.



A ciklotron részecskegyorsító vázlata

A töltött részecskék gyorsítása a két "duáns" között történik, amelyekre váltakozó feszültséget kapcsolnak. Ennek frekvenciáját úgy számítják ki, hogy mindig gyorsítsa a részecskét, azaz amikor a részecske a duánsok között van, akkor az a duáns, amely felé éppen repül, vonzóerőt fejt ki rá. Az alkalmazott homogén mágneses mező pedig körpályára kényszeríti a részecskét, vagyis a centripetális erőt a Lorentz-erő adja:

$$QvB = m\frac{v^2}{r}$$

a körpálya sugara:

$$r = \frac{mv}{QB},$$

tehát ahogy gyorsul a részecske, úgy kerül a középponttól távolabb. A körmozgás periódusideje:

$$T = \frac{2r\pi}{v} = \frac{2\pi m}{QB}$$

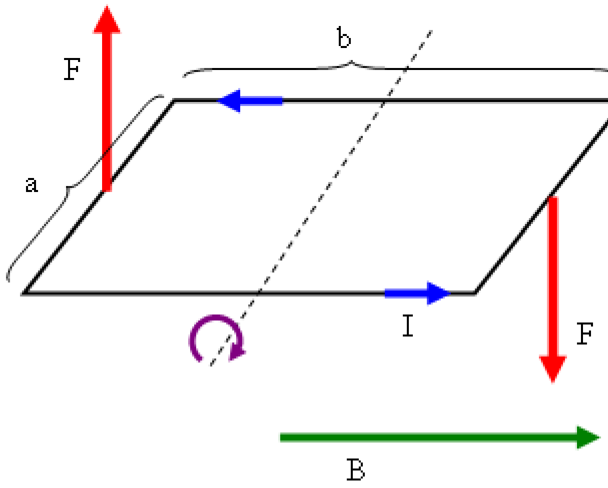
Vagyis a periódusidő (és ezzel a körfrekvencia) a sebességtől és a pálya sugarától független állandó. Ez azért fontos, mert így állandó frekvenciájú feszültséget lehet a duánsokra kapcsolni a gyorsításhoz. Ezekkel a berendezésekkel (és más típusú gyorsítókkal) egyrészt a természetben végbemenő radioaktív bomlásoknál jóval nagyobb sebességű (és így jóval nagyobb mozgási energiájú) részecskéket lehet előállítani (sok reakcióhoz ez szükséges). Másrészt el lehet érni, hogy a részecskékből álló nyaláb monoenergiás legyen, azaz mindegyikük sebessége kb. ugyanakkora legyen. Ezt a berendezést főleg orvosi diagnosztikában használt izotóptermelésre használják, például $^{131}_{53}I$ jód izotópot állítanak elő, valamint anyagvizsgálatra, illetve magfizikai alapkutatásra.

Forgatónyomaték homogén mágneses mezőben nyugvó sík áramhurokra

Vegyünk egy egyszerű esetet, egy téglalap alakú áramhurkot, amelyben pozitív (az óramutató járásával ellentétes) irányba folyik az áram (kék nyíl). A téglalap oldalai legyenek *a* és *b*, a terület *A=ab*. A mágneses indukció (zöld nyíl) homogén és a *b* oldallal párhuzamos. Ekkor a két *a* hosszúságú oldalra egyenként *BIa* erő hat (piros nyilak), amelyek ellentétes irányúak. A *b* hosszúságú oldalakra nem hat erő, tehát *az eredő erő nulla*.

Általánosan is igaz a következő állítás: homogén mágneses térben nyugvó zárt áramhurokra nem hat mágneses erő.

A forgástengelyt az egyszerűség kedvéért a középpontban véve (szaggatott vonal), a két erő ugyanarra forgat (lila görbe nyíl), mindkettő erőkarja *b/2*.

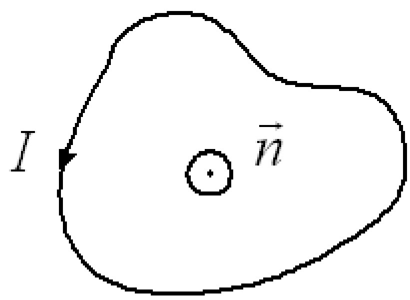


Az eredő forgatónyomaték $2 \cdot BIa \cdot b/2 = BIab = BIA$.

Belátható, hogy ez a nyomaték az áramhurok alakjától független és az általános összefüggés:

$$\vec{M}_{forg} = I\vec{A} \times \vec{B},$$

ahol $\vec{A} = A\vec{n}$ a felületvektor melynek irányítását jobb kéz szabály szerint adhatjuk meg. A kicsiny sík áramhurokban folyó áram iránya és a felületi normális iránya a jobbcsavar szabály szerint kapcsolódik össze.



A felületi normális iránya

Megállapodás szerint az itt bemutatott jelölés $\odot$ a felületből kifelé mutató vektort jelent, a felületbe befelé mutató vektort pedig a következő módon jelöljük: $\otimes$.

Az elektromos dipólusra ható forgatónyomatékot már korábban láthattuk:

$$\vec{M}_{forg} = \vec{p} \times \vec{E}$$

Ennek analógiájára az áramhuroknak mágneses dipólnyomatékot vagy dipólmomentumot tulajdonítunk:

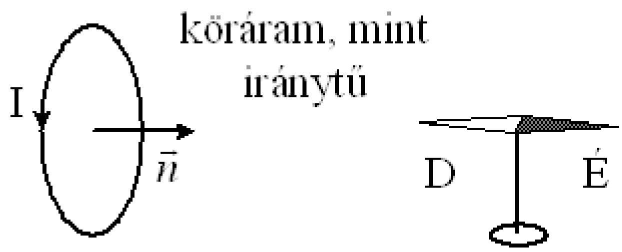
$$\vec{M}_{forg} = I\vec{A} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B},$$

ahol $\vec{m} = I\vec{A}$ az áramhurok **mágneses dipólmomentuma**, melynek mértékegysége: $[\vec{m}] = 1Am^2$

A permanens mágneses dipólusra (mágnestűre) ható forgatónyomaték hasonlóan:

$$\vec{M}_{forg} = \vec{m} \times \vec{B}, \quad \text{ahol } \vec{m} \,||\, \vec{l}$$

Az $\vec{m}$ mágneses dipólnyomaték abszolút értéke attól függ, milyen erősen van felmágnesezve a mágnestű. A dipólusra ható forgatónyomaték akkor szűnik meg, ha $\vec{m} \parallel \vec{B}$. Vagyis a forgatónyomaték hatására a mágneses momentum (ha más hatás ezt nem akadályozza) befordul a tér irányába, mert ez jelenti az energia-minimumot [1]. A kis áramjárta hurok tehát iránytűként használható.



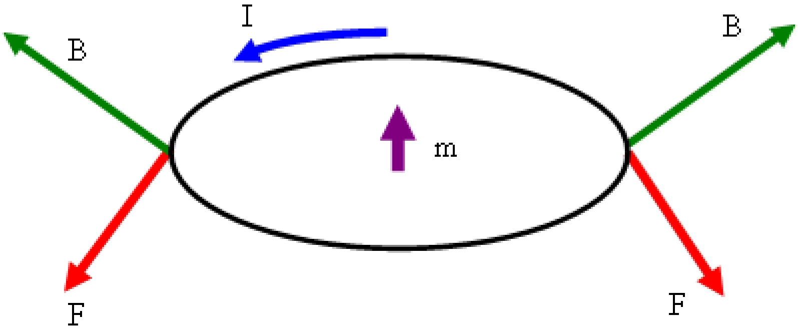
Permanens mágneses dipólus, és köráram hasonlósága

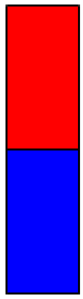
Az elektromos dipólusok analógiája felírható a mágneses dipólusok energiája mágneses mezőben: $E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}$

Inhomogén mágneses mezőben nyugvó sík áramhurokra ható erő

Könnyen belátható, hogy *inhomogén* mágneses mezőben az áramhurokra vagy általában a mágneses momentumra ható eredő erő általában nem nulla, hanem az inhomogenitás mértékétől és a hurok elhelyezkedésétől függ. (Analógia: inhomogén elektromos erőtérben az elektromos dipólusra erő, homogénben csak forgatónyomaték hat.) Vizsgáljuk először egy ugyanolyan téglalap alakú áramhurkot, mint fentebb a forgatónyomaték-számításnál. Tegyük fel, hogy a $\vec{B}$ továbbra is ugyanolyan irányú, csak a jobb oldalon $\vec{B} + \Delta\vec{B}$ nagyságú. Ekkor nem kell sokat számolnunk: egyszerűen a jobb oldali erőt ki kell cserélni $\vec{F} + \Delta\vec{F}$ -re, az eredő erő $\sum F = \Delta F = Ia \cdot \Delta B$ lesz. Felhasználva, hogy a mágneses momentum nagysága $|\vec{m}| = AI = abI$, kapjuk, hogy $\sum F = \Delta F = |\vec{m}| \cdot \frac{\Delta B}{b}$. Általános esetben az eredő erő kiszámítása bonyolultabb, de mindenképp igaz, hogy egyenesen arányos a mágneses momentummal és a mágneses indukcióvektor térbeli változási gyorsaságával.

Vegyünk most egy érdekesebb esetet, amikor egy kör alakú áramhurok alatt egy rúdmágnes van elhelyezve, a keret síkja alatt, rá merőlegesen, szimmetrikusan. Ekkor a mágneses indukcióvektor a vezető egyes kis szakaszain a szakaszra merőleges, kifelé-fölfelé mutat (zöld nyilak). Az vezető szakaszokra ható erők minden pontban a szakaszokra és $\vec{B}$ -re merőlegesen, kifelé-lefelé mutatnak (piros nyilak). Az erők vízszintes komponensei a szimmetria miatt kiejtik egymást, ezért az eredő erő lefelé mutat. A keret mágneses momentuma felfelé irányul (kicsi lila nyíl), hasonlóan, mint a rúdmágnes momentuma. Számolás nélkül is megállapíthatjuk, hogy a két azonos irányban álló momentum vonzza egymást. Ha ellentétes irányban állnának, nyilván taszító erő lépne fel.



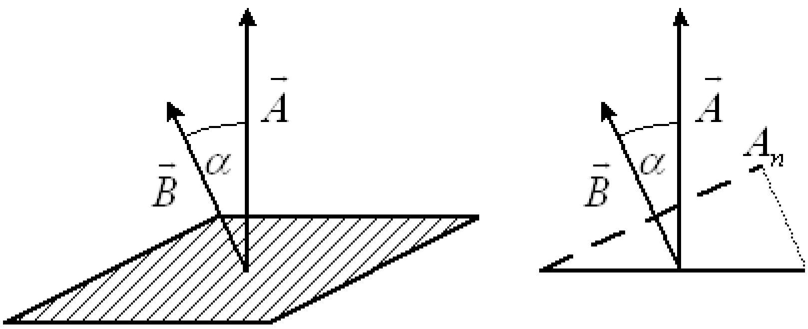


Mágneses indukciófluxus és Gauss-törvény

A mágneses mező szemléltetésére a mágneses *indukcióvonalakat* használjuk. Ezek olyan irányított görbék, amelyeknek érintő egységvektora egyirányú az érintési pontbeli mágneses indukcióvektorral. Megállapodás szerint a mágneses indukcióvonalakat olyan sűrűn vesszük fel, hogy a rájuk merőlegesen állított egységnyi felületen éppen annyi indukcióvonal haladjon át, mint amennyi ott az indukció mérőszáma.

A mágneses indukciófluxus Φ irányított felületre vonatkozik, és megadja a felületet átdöfő mágneses indukcióvonalak előjeles számát. Homogén mágneses mező esetén az A felület indukciófluxusa:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA\cos\alpha$$



A felület mágneses mezőre merőleges vetülete

Ha a mágneses mező inhomogén, akkor egy elemi kicsiny felület fluxusa $\Delta\Phi = \vec{B} \cdot \Delta\vec{A}$, egy tetszőleges *A* felület mágneses indukciófluxusa pedig integrálással nyerhető:

$$\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A}$$

Mivel mágneses töltések (monopólusok) nem léteznek, így tetszőleges zárt felületre számított mágneses indukciófluxus mindig zérus. A **mágneses Gauss-törvény** tehát:

$$\oint_A \vec{B}\, d\vec{A} = 0$$

A mágneses indukcióvonalaknak nincs kezdetük és nincsen végük. A törvény differenciális/lokális alakja: $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$, vagyis a mágneses indukciónak nincsenek forrásai.

[1] Megjegyezzük, hogy az atomi mágneses momentumokra is hat forgatónyomaték, de ezek kvantummechanikai okok miatt forogni, precesszálni fognak a iránya körül.