

E27 laboratóriumi mérés – Fizikai Tanszék

Soros rezgőkör rezonancia-görbéjének felvétele

1. A mérés célja, elve

Váltóáramú áramkörök esetén kondenzátort, illetve tekercset iktatva a körbe az abban folyó áramot hasonló egyenletek írják le, mint a klasszikus mechanika kényszerrezgéseit – ezért nevezzük ezeket rezgőköröknek.

A rezgőkörök egyik jellemző tulajdonsága, hogy képesek rezonanciára, vagyis létezik egy olyan bemeneti frekvencia, amelynél (állandó bemeneti amplitúdó mellett is) kiugróan magas kimeneti áramerősségek, vagy feszültségek mérhetőek. A mérés lényege egy soros rezgőkör rezonancia-görbéjének felvétele.

A rezonancia jelensége, mivel a hozzá tartozó frekvencia nagyon pontosan mérhető, és az elméleti számolások eredménye is pontosan visszaadja a kísérleti tapasztalatokat, segítséget nyújthat abban, hogy az áramkörbe helyezett eszközök ismeretlen paramétereit meghatározzuk. A mérés során a tekercs ismeretlen önindukciós együtthatóját is meg kell határozni a mért rezonancia-frekvencia segítségével.

2. Elméleti és technikai leírások

Az alábbi rövid összefoglalás nem az elméleti anyag részletezését célozza, pusztán emlékeztető az előadásokon és gyakorlatokon tanultakra, illetve bemutatjuk azok technikai alkalmazásait.

Az egyes alfejezetekben szereplő, aláhúzott, vagy bekeretezett részek, illetve a mérések kapcsolási rajzai a laboratóriumi mérések beugró dolgozataiban számon kérhetőek.

2.1. Az áramrezonancia jelensége

Váltóáramú hálózatok vizsgálatánál a legalapvetőbb áramkör, amelyet részletekbe menően tárgyalunk az előadásokon, az úgynevezett soros rezgőkör, vagy más néven soros RLC kör. Ebben sorba kötve megtalálható egy R ellenállás, egy C kapacitású kondenzátor, és egy L önindukciós együtthatóval rendelkező tekercs (ezt az egyszerűség kedvéért ideális tekercsnek tekintjük). Erre a soros RLC körre igaz az alábbi általánosított huroktörvény:

$$L \frac{dI(t)}{dt} + I(t)R + \frac{Q(t)}{C} = \varepsilon(t),$$

amelyben $\varepsilon(t)$ a körre kapcsolt váltófeszültség, $I(t)$ az időtől függő áramerősség, $Q(t)$ pedig a kondenzátor töltésének időfüggése. Az egyenlet megoldható szinuszos bemeneti feszültség esetén. Itt a teljes megoldással nem fogunk foglalkozni, csak a feszültség- és áramerősség-értékek effektív értékeinek összehasonlításával.

Ebből a szempontból a megoldás legfontosabb eleme az úgynevezett váltóáramú Ohm-törvény, mely szerint

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z} = \frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

ahol Z jelöli az impedanciát, amelynek kifejezése a fenti összefüggésből leolvasható, és ω a váltófeszültség frekvenciája (és így az áramerősségé is).

Látható, hogy állandó effektív feszültség mellett létezik egy olyan frekvencia-érték, amelynél az effektív áramerősség maximális. Ezt a frekvenciát nevezzük rezonancia-frekvenciának, és kiszámításának módja a

következő. Keressük az $I_{\text{eff}}(\omega)$ függvény szélsőértékét. Ehhez a függvényt deriválnunk kell, amelynek eredménye

$$\frac{dI_{\text{eff}}}{d\omega} = -\frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}^3} \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right) \left(L + \frac{1}{\omega^2 C}\right),$$

majd keressük azt az ω_r áram-rezonanciafrekvenciát, amelynél a fenti derivált értéke zérus. Ennek egyetlen megoldása van, mégpedig

$$\boxed{\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}},$$

vagyis a vizsgált RLC körben folyó áram ezen a frekvencián maximális, értéke

$$I_{\text{eff},r} = \frac{U_{\text{eff}}}{R}.$$

Jól látható, hogy megfelelően kis ellenállás esetén (például, ha a körben az ellenállást csupán a vezetőek ellenállása és egy valóságos tekercs belső ellenállása adja) kiemelkedően magas áramerősséget is mérhetünk ezen a frekvencián.

2.2. A kondenzátor feszültségének rezonanciája

Mivel a mérésben az áramerősség mérése nagyon nehezen megvalósítható, praktikusabb a kondenzátoron eső feszültséget mérni (annak is az effektív értékét). A rezonancia jelensége erre a mennyiségre is igaz, bár a rezonancia-frekvencia kicsit más lesz, mint az áramerősség esetén.

A kondenzátoron mérhető feszültség effektív értékét a következő módon számolhatjuk ki:

$$U_C = I_{\text{eff}} X_C = \frac{U_{\text{eff}}}{\omega C Z} = \frac{U_{\text{eff}}}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

ahol X_C jelöli a kondenzátor impedanciáját. A rezonancia-frekvencia megkeresésének módszere azonos az áramrezonancia eseténél használttal, keressük az $U_C(\omega)$ függvény szélsőértékét. A deriválás eredménye

$$\frac{dU_C}{d\omega} = -\frac{U_{\text{eff}}}{\omega^2 C \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}^3} \left[2L\omega \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right) + R^2\right],$$

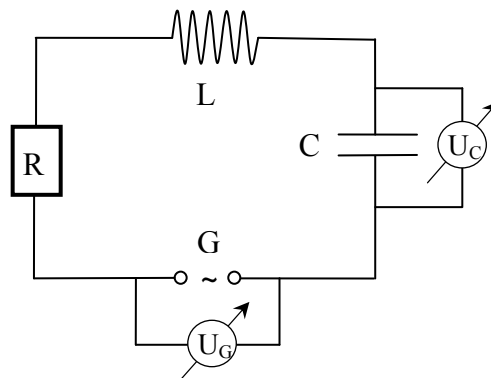
amiből a kondenzátor feszültségének ω_C rezonancia-frekvenciája

$$\boxed{\omega_C = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}}.$$

Jól látható, hogy ez a frekvencia kisebb, mint az áramrezonanciáé, amelynek oka az, hogy a kondenzátor impedanciája is függ a frekvenciától. Látható az is, hogy minél nagyobb a tekercs önindukciós együtthatója, és minél kisebb az ellenállás értéke, annál inkább elhanyagolható a különbség a két rezonancia-frekvencia érték között.

2.3. A rezonancia-görbe méréséhez a mérési összeállítás

A rezonancia-görbe felvételéhez az alábbi kapcsolást alkalmazzuk:



1. ábra A kisütő áram mérésére alkalmas áramköri kapcsolás

Az áramkör lényege a G-vel jelölt változtatható frekvenciájú generátor, és az arra sorba kötött R ellenállás, L tekercs és C kondenzátor. Mivel a mérés célja a kondenzátor feszültségében fellépő rezonancia mérése, ezért a kondenzátor feszültségének U_C effektív értékét mérjük egy multiméter segítségével.

A generátor által leadott feszültség effektív értékét U_G -vel jelöltük, és egy multiméterrel ezt is mérjük.

Fontos kiemelni, hogy az RLC körben megjelenő ellenállás nem csak az áramkörbe kapcsolt változtatható ellenállás (beállított) értékét jelenti, ahhoz még hozzá kell adni a valóságos tekercs saját belső ellenállását (ezt a méréshez adott táblázat tartalmazza) is.

Ennek a kapcsolásnak köszönhetően a frekvencia folyamatos változtatása közben mérni tudjuk az U_C/U_G értéket, amelynek segítségével a rezonanciapont megtalálható, illetve a rezonancia-görbe felvehető.

A fenti kapcsolási rajz a mérés előtt számonkérhető!

3. A mérés módszere

A mérés során a váltóáramú generátor jelének a frekvenciáját fokozatosan növelve mérjük a kondenzátoron eső feszültséget. Mivel azonban a frekvencia változtatása miatt a generátor jelének effektív feszültsége is változik, így önmagában az U_C feszültség mérése nem ad pontos eredményt.

Ezért a mérés során U_C mellett a generátor által adott jel U_G effektív feszültségét is mérjük, és a mérés kiértékelésekor az U_C/U_G hányadost kell a frekvencia függvényében ábrázolni. Az így felvett görbe alapján meghatározható a rezonancia-frekvencia közelítő értéke, ami körül pontosabb (a frekvenciában kisebb lépésekben elvégzett) képet kell alkotni a görbéről, hogy minél pontosabban leolvasható legyen a keresett frekvencia.

A fenti mérést két, különböző ellenállásérték esetén is el kell végezni, ez a kiértékelés során fontos eredményeket fog adni. Az első mérésben a „csillapítatlan” esetet vizsgáljuk (ekkor a körben csak a tekercs ohmos ellenállása jelenik meg), míg a másodikban egy nagyobb értékű ellenállás beiktatásával hajtjuk végre a mérési folyamatot.

Felhasználva a rezonancia-frekvencia értékét az áramkörbe kapcsolt tekercs ismeretlen L önindukciós együtthatójának értéke kiszámítható, a két mérésből számolt eredmények összehasonlíthatóak.

4. A mérés folyamata

4.1. A kapcsolás összeállítása

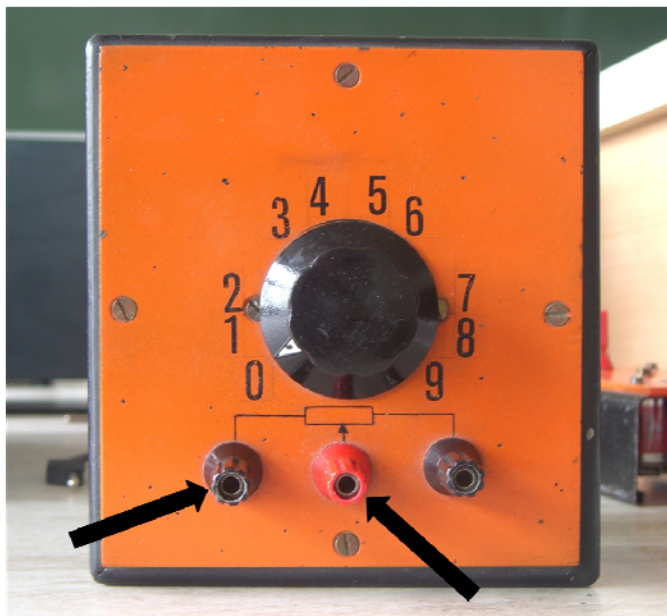
A váltóáramú generátornak az áramkörbe történő bekötéséhez az alábbiakat kell tudni. Az alkalmazott eszköz több, különböző funkciót is ellát. Az előlap bal oldalán találhatóak a változtatható frekvenciájú jelgenerátor kapcsolói és kijelzője. A jobb alsó rész a rendszer főkapcsolóját és néhány (általunk nem használt) kimenetét tartalmazza, míg a jobb felső részbe egy digitális multimétert építettek.



1. kép A mérés során alkalmazott generátor előlapja I.

- I – A generátor kimenete (innen „vesszük le” a jelet a koaxiális kábellel)
- II – A multiméter bemenetének egyik sarka
- III – A multiméter bemenetének másik sarka
- IV – A jelgenerátor kijelzője
- V – A beépített multiméter kijelzője

Az áramkörbe az ellenállást az alábbi, változtatható ellenállású eszközként kötjük be. Ennek előnye, hogy az áramkör átalakítása nélkül tudunk többféle R érték mellett mérni. A változtatható ellenállást a 2. képen megjelölt két ponton kell az áramkörbe bekötni.



2. kép A változtatható ellenállás



3. kép A külső multiméter előlapja I.

Fontos része még a mérési összeállításnak a külső multiméter, amelynek előlapját a 3. képen mutatjuk be. Az áramkörbe a multimétert a képen megjelölt két ponton kötjük be.

A mérési összeállításra a központi feszültséget a gyakorlatvezető az áramkör ellenőrzése után kapcsolja rá.

4.2. A jelgenerátor és a multiméterek beállítása

A mérési elrendezés összeállítása és a központi feszültség bekapcsolása után külön foglalkozni kell a jelgenerátor és a multiméterek beállításával. A képen jelölt kapcsolók leírása utáni instrukciók követésével történik a jelgenerátor beállítása.



4. kép A mérés során alkalmazott generátor előlapja II.

- 1 – Ezzel a gombbal kapcsoljuk be a tápegységet.
- 2 – Ezzel a gombbal az egyenáramú generátor feszültségét állítsuk minimumra!
- 3 – Ellenőrizzük, hogy ez a kapcsoló kiengedett állapotban van (50Ω)!
- 4 – Ezzel a gombbal (CHAN felirat) válasszuk ki az A csatornát (ez a kijelzőn ellenőrizhető).
- 5 – Ezzel a gombbal (GATE felirat) válasszuk ki a $0,1\ \mu\text{s}$ -ot (ez a kijelzőn ellenőrizhető).
- 6 – A multiméter forgókapcsolóját állítsuk $V\sim$ állásba (ez méri a váltófeszültséget)!
- 7 – Ezzel a kapcsolóval kapcsoljuk be a beépített multimétert!
- 8 – Ezzel a kapcsolóval állítsuk be, hogy a multiméter tényleg váltófeszültséget mérjen (ezzel a multiméter saját kijelzőjén megjelenik az AC felirat)
- 9 – Ezzel a gombbal állítsuk be a jelgenerátor jelének effektív értékét kb. $3\ \text{V}$ -ra! Ezt a generátor kimenetére kapcsolt multiméterrel tudjuk ellenőrizni. Ezután a kimenő jel feszültségét ne változtassuk!
- 10 – Ezzel a gombbal a jelgenerátor jelének frekvenciatartományát állítsuk $\times 1\text{K}$ -ra (ez a kijelzőn ellenőrizhető)!
- 11 – A frekvenciatartományon belül ezzel a gombbal szabályozhatjuk finoman a frekvencia értékét.

A mérőpulton az itt szereplő ismertetőnél részletesebb leírás található. Ha a beállítás során probléma merül fel, szólni kell a laborgyakorlat vezetőjének!



5. kép A külső multiméter előlapja II.

- 1 – A multiméter forgókapcsolóját állítsuk V~ szakasz 20-as állásába (ez méri a váltófeszültséget, 20 V-s méréshatárral)!
- 2 – Ezzel a kapcsolóval kapcsoljuk be a multimétert!
- 3 – Ezzel a kapcsolóval állítsuk be, hogy a multiméter tényleg váltófeszültséget mérjen (ezzel a multiméter saját kijelzőjén megjelenik az AC felirat).

A mérés megkezdése előtt érdemes a gyakorlatvezetővel ellenőriztetni a beállításokat!

4.3. A rezonancia-görbe felvétele

A rezonancia-görbe felvételének kulcsa, hogy az általunk beállított frekvencia-értékekhez leolvassuk az U_C és az U_G feszültség-értékeket. Ezeket a leírás végén csatolt táblázat formájában érdemes rögzíteni.

A mérés megkezdése előtt külön fel kell jegyezni a kondenzátor kapacitásának értékét, illetve a tekercs ohmos ellenállásának értékét (mindkettő megtalálható a mérőpulton elhelyezett táblázatban).

A mérést először a változtatható ellenállás 0Ω -ra történő állításával végezzük (ez áll a legközelebb a csillapítatlan rezgőkörhöz, ekkor a kör ellenállása lényegében a tekercs ohmos ellenállása – ez leolvasható a méréshez kiadott adatok közül), majd annak az „1”-es állásba kapcsolása után (ezzel az előbbi ellenállás értékét 100Ω -mal növeljük meg).

A kisebb csillapítású görbe felvételének menetrendje a következő:

1. Ellenőrizzük a mérési eszközök beállításait.
2. 600 Hz-től 1600 Hz-ig 50 Hz-es lépésekkel pontonként felírjuk az f frekvencia beállított értékét, és a mért U_C -t és U_G -t. Ezen felül érdemes már ekkor kiszámolni az U_C/U_G hányadost, és a táblázatba azt is beírni.
3. A fenti eredményeknek (U_C/U_G) lesz egy maximuma. Az ehhez tartozó f frekvencia körüli ± 200 Hz-es tartományban újabb méréseket végzünk, de itt 20 Hz-es lépésközzel.
4. A fenti eredmények még pontosabban megadják az f rezonancia-frekvencia értékét. Ekörül ± 40 Hz-es tartományban újabb méréseket végzünk, de itt már 10 Hz-es lépésközzel. (Ez utóbbi lépéstől idő hiányában a gyakorlatvezető eltekinthet.)

A nagyobb csillapítású görbe felvételének menetrendje a következő:

1. Ellenőrizzük a mérési eszközök beállításait.
2. 600 Hz-től 1600 Hz-ig 100 Hz-es lépésekkel mérjük az f frekvencia függvényében U_C -t és U_G -t.
3. A fenti eredményeknek (U_C/U_G) lesz egy maximuma. Az ehhez tartozó f frekvencia körüli ± 200 Hz-es tartományban újabb méréseket végzünk, de itt 50 Hz-es lépésközzel.

A két görbe felvételével a mérés véget ér.

4.4. A mérés után

A mérési feladatok elvégzése után a multimétereket és a jelgenerátort ki kell kapcsolni. Ezek után lehet szétszedni az összeállított áramkört, az egyes áramköri elemeket rendezetten elhelyezve.

5. Kiértékelés, számolások, tapasztalatok

A két mérési sor eredményeit ábrázolni kell olyan koordináta-rendszerben, amelynek vízszintes tengelyén az f frekvencia, függőleges tengelyén az U_C/U_G hányados szerepel – ezt nevezzük rezonanciagörbének. A két rezonanciagörbét ugyanabban a koordináta-rendszerben kell ábrázolni!

A mért eredményekből le kell olvasni mindkét mérési sor esetén az f_C rezonancia-frekvenciát, majd ebből a körfrekvencia rezonanciaértékét ki kell számítani az $\omega_C=2\pi f_C$ összefüggés segítségével.

A 2.2. alfejezet záró összefüggése segítségével mindkét rezonancia-frekvenciából ki kell számolni az ismeretlen L önindukciós együttható értékét. Ehhez fel kell használni a kondenzátor kapacitásának értékét, a tekercs belső ellenállását, illetve azt, hogy a változtatható ellenállás 0Ω -os vagy 100Ω -os állásban van-e.

Az így kiszámolt L érték segítségével számoljuk ki az áramrezonancia ω_r körfrekvenciáját!

A jegyzőkönyvben rögzíteni kell a fenti három rezonancia-frekvencia, illetve a két rezonanciagörbe összehasonlításának tapasztalatait! (Ez alól a gyakorlatvezető felmentést adhat!)

6. A jegyzőkönyv elkészítésének specifikumai

A jegyzőkönyvnek az általános szabályokon túl az alábbiaknak kell megfelelni:

- A kapcsolási rajzot az elméleti anyag alapján kell beilleszteni.
- A jegyzőkönyvnek tartalmaznia kell a mért eredményeken túl a változtatható ellenállás, a kondenzátor és a tekercs ismert, a mérőpulton található táblázatban szereplő paramétereit.
- A mért eredményeket a bemutatott táblázat formájában kell beilleszteni.
- A két rezonancia-görbét ugyanazon ábrán, ugyanabban a koordináta-rendszerben felrajzolva kérjük leadni.
- Külön ki kell emelni a két görbe rezonancia-frekvenciájának értékét, és ki kell számolni a hozzájuk tartozó körfrekvenciákat!
- A jegyzőkönyvnek tartalmaznia kell az ismeretlen L önindukciós együttható meghatározásának lépéseit, és eredményeit mindkét esetben.
- A jegyzőkönyvnek tartalmaznia kell az áramrezonancia frekvenciájának számolt értékét.
- A jegyzőkönyvben rögzíteni kell a három rezonancia-frekvencia, illetve a két rezonanciagörbe összehasonlításának tapasztalatait. (Ez alól a gyakorlatvezető felmentést adhat!)

	f (Hz)	U_G (V)	U_C (V)	U_C / U_G
1. pont				
2. pont				
3. pont				
4. pont				
5. pont				
6. pont				
7. pont				
8. pont				
9. pont				
10. pont				
11. pont				
12. pont				
13. pont				
14. pont				
15. pont				
16. pont				
17. pont				
18. pont				
19. pont				
20. pont				
...				